

**Совместный бакалавриат НИУ ВШЭ и ЦПМ, 2020-21 уч. год  
Алгебра****Семинар 6. Поле комплексных чисел продолжение. Деление с остатком в кольце многочленов (9 октября 2020 года)****Задача 1.** Вычислите: а)  $\sqrt[4]{8\sqrt{3}i - 8}$       б)  $\sqrt[3]{2 - 2i}$ **Задача 2.** Вычислите:а)  $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx$ ;      б)  $\cos x + 2 \cos 2x + \dots + n \cos nx$ ;**Задача 3.** Покажите, что  $\xi = \frac{2+i}{2-i}$  не является корнем из 1, хотя  $|\xi| = 1$ .**Задача 4.** Докажите, что

а) 
$$x^{2n} - 1 = (x^2 - 1) \prod_{k=1}^{n-1} \left( x^2 - 2x \cos \frac{\pi k}{n} + 1 \right)$$

б) 
$$\prod_{k=1}^{n-1} \sin \frac{\pi k}{2n} = \frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}}$$

**Задача 5.** Пусть  $z$  — первообразный корень  $n$ -ой степени из 1. Вычислите

$$1 + 2z + 3z^2 + \dots + nz^{n-1}.$$

**Задача 6.** Используя формулу бинома и формулу Муавра, вычислите:

$$\binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \binom{n}{7} + \dots$$

**Задача 7.** Найдите сумму:

$$\cos x + \binom{n}{1} \cos 2x + \dots + \binom{n}{n} \cos (n+1)x$$