

Совместный бакалавриат НИУ ВШЭ и ЦПМ, 2020-21 уч. год**Алгебра****Домашнее задание 9. Стрoение конечных полей. (Срок сдачи 20 ноября 2020 года строго перед семинаром)****Задача 1.** Сколько неприводимых многочленов степени 3 в $\mathbb{F}_3[x]$?**Задача 2.** Пусть \mathbb{F} — конечное поле характеристики p . Сколько решений может иметь равенство $x^{p^2} = x$ в \mathbb{F} ?**Задача 3.** (а) В кольце $\mathbb{F}_2[x]/(x^3 + x + 1)$ выпишите таблицы сложения и умножения. Покажите, что это поле.(б) Найдите все корни из единицы в $\mathbb{F}_2[x]/(x^3 + x + 1)$ и укажите их порядок.**Задача 4.** (а) Разложите $x^9 - x$ в произведение неприводимых многочленов в $\mathbb{F}_3[x]$. Докажите, что получившиеся многочлены неприводимы.(б) Постройте поле \mathbb{F}_9 из 9 элементов и покажите, что каждый его элемент является корнем многочлена $x^9 - x$. Явно укажите для каждого элемента, корнем какого неприводимого многочлена из разложения пункта (а) он является.**Задача 5.** Покажите, что мультипликативная группа \mathbb{F}_9^* (обратимых элементов поля \mathbb{F}_9) является циклической. Сколько в ней элементов? Какие элементы могут быть выбраны в качестве образующих циклической группы?