

Математические и статистические методы в психологии

Семинар 6. Дискретные случайные величины: дисперсия и ее свойства, ковариация и корреляция (19.02.2019)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок

Задача 1. В 1963 году Стэнли Милгрэм начал серию экспериментов, исследовавших готовность человека подчиниться авторитету. В эксперименте участвовало трое: экспериментатор, испытуемый («учитель»), и актер, игравший роль другого испытуемого («ученик»), который был привязан к креслу с электродами. Учитель давал ученику задание на запоминание слов. Как только ученик ошибался, экспериментатор давал указание учителю «наказывать» ученика ударом тока (который, конечно, не был настоящим, о чем учитель, конечно, не знал). С каждой допущенной ошибкой экспериментатор требовал все большего разряда тока.

Милгрэм выяснил, что примерно 65% испытуемых соглашались наказывать ученика током, тогда как 35% – отказывались. Последующие эксперименты, проведенные в других странах, показали схожие результаты.

В эксперименте, аналогичном эксперименту Милгрэма, принимают участие 5 испытуемых. Примем за успех ситуацию, в которой испытуемый отказывается от «наказания» ученика. Рассчитайте вероятность, с которой:

- Ровно 3 испытуемых откажутся от «наказания» ученика;
- Менее 2 испытуемых согласятся наказывать «ученика».
- Сколько, в среднем, испытуемых откажутся от «наказания» ученика?
- Охарактеризуйте разброс результатов относительно среднего значения, которые можно ожидать в этом эксперименте.

Задача 2. Случайная величина X задана рядом распределения:

X	-3	0	1	2
P	0.1	0.2	0.4	?

Рассчитайте дисперсию и стандартное отклонение:

- Случайной величины X ;
- Случайной величины $Y = 3X - 2$.

Задача 3. Случайные величины X и Y независимы. Известно, что $E(X) = -1$, $E(Y) = 3$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 5$. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины W :

- $W = 3X + 2Y$;
- $W = 3Y + 6$;
- $W = X + 2Y - 5$;
- $W = -4X - Y - 3$.

X / Y	-2	0	2
0.2	0.03	0.05	?
0.6	0.15	0.3	0.35

Задача 4. Совместное распределение двух случайных величин X и Y задано таблицей:

- (a) Выпишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Рассчитайте математические ожидания случайных величин X и Y .
- (c) Рассчитайте дисперсии случайных величин X и Y .
- (d) Являются ли случайные величины X и Y независимыми?
- (e) Выпишите ряд распределения вероятностей для случайной величины $X \times Y$.
- (f) Рассчитайте $Cov(X, Y)$.
- (g) Рассчитайте $Corr(X, Y)$. Проинтерпретируйте полученные результаты.

Задача 5. Монету бросили 3 раза. Найдите ковариацию случайных величин «число орлов, выпавших в первый раз» и «общее число выпавших орлов». Найдите коэффициент корреляции этих величин¹

Задача 6. Подбрасывают два игральных кубика. В сумме выпало 9 очков. Найдите коэффициент корреляции случайных величин «число очков, выпавшее на первом кубике» и «число очков, выпавшее на втором кубике».

¹Источник задач 5 и 6: Макаров А. А., Пашкевич А. В. Задачник по теории вероятностей для студентов социально-гуманитарных специальностей. М.: Московский центр непрерывного математического образования, 2016.