

Математические и статистические методы в психологии

Семинар 3. Теория вероятностей: окончание. (29.01.2019 или 30.01.2019)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок

Задача 1. Среди шахматистов каждый седьмой – музыкант, а среди музыкантов каждый девятый – шахматист. Кого больше – шахматистов или музыкантов? Во сколько раз?¹

Задача 2. Алиса не только верит в приметы, но и любит проверять их на правдивость эмпирически. Так, она отметила, что 32 раза из 100 она встает с кровати с левой ноги. Если она встает с правой ноги, то вероятность того, что день пройдет на «ура», равна 0.62. Если же она встает с левой ноги, то вероятность удачно прожитого дня равна только 0.21. Какова вероятность того, что завтрашний день пройдет для Алисы плохо?²

Задача 3. В отделении банка 5% операционистов не имеют достаточного опыта работы. Вероятность ошибки у неопытного операциониста составляет 0.1, а у опытного – 0.02. Какова вероятность, что при обслуживании очередного клиента будет допущена ошибка?

Задача 4. Экспресс-тест для некоторого заболевания дает ошибочные выводы на 5% больных и на 10% здоровых граждан. Известно, что это заболевание наблюдается у 2% граждан. Тест показал, что вы больны. Какова вероятность того, что на самом деле вы здоровы?

Задача 5. Вероятность того, что студент-отличник даст высокую оценку преподавателю равна 0.75. Остальные студенты дают высокую оценку преподавателю с вероятностью 0.5. Доля студентов-отличников составляет 40%. Известно, что студент поставил низкую оценку преподавателю. Какова вероятность, что этот студент – отличник?

Задача 6. В торговом центре установлены два кофейных автомата. Для каждого автомата вероятность того, что к концу дня в нем закончится кофе, равна 0.3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0.13.

- Найдите вероятность того, что к концу дня кофе закончится *хотя бы в одном* автомате.
- Найдите вероятность того, что концу дня кофе закончится *только в одном из* автоматов.
- Являются ли события «кофе закончится в первом автомате» и «кофе закончится во втором автомате» независимыми?

¹Источник задач 1 и 8: Шень А. Вероятность: примеры и задачи. М.: Издательство МЦНМО, 2008.

²Источник задач 2, 6 и 7: Макаров А. А., Пашкевич А. В. Задачник по теории вероятностей для студентов социально-гуманитарных специальностей. М.: Московский центр непрерывного математического образования, 2016.

Задача 7. В почтовом отделении небольшого городского квартала имеются два отдела. Работники первого отдела обрабатывают 70% всей почты и допускают ошибки в 7% случаев (например, неверная сортировка корреспонденции по адресам). У сотрудников второго отдела ошибки встречаются несколько реже – в 4% случаев.

- (a) Чему равна вероятность того, что случайно выбранное письмо будет безошибочно доставлено получателю?
- (b) Если стало известно, что случайно выбранное письмо оказалось доставлено с ошибкой, какова вероятность того, что оно сортировалось сотрудниками второго отдела?

Задача 8. Король предлагает узнику разложить десять белых и десять черных шаров по двум одинаковым коробкам (надо использовать все шары; в каждой коробке должен быть хотя бы один шар). После этого король выбирает случайный шар из случайной коробки; если шар чёрный, то узника казнят, если белый – то отпускают. Как нужно разложить шары, чтобы вероятность выжить была максимальной?