

Математические и статистические методы в психологии

Семинар 2. Теория вероятностей: продолжение. (22.01.2019 или 23.01.2019)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок

Задача 1. Во множество A входят простые числа, меньшие 6. Во множество B входят нечетные числа, меньше 6. Сколько различных сумм вида $a + b$ можно получить, если a – это одно из чисел, входящих в A , а b – одно из чисел, входящих в B ?

Задача 2. Тест состоит из 8 закрытых вопросов, на 5 из которых есть 2 варианта ответа, а на остальные 5 вариантов ответа. Сколькими различными способами можно заполнить этот тест?

Задача 3. В группе учатся 27 студентов. Какова вероятность, что по крайней мере у 3 из них день рождения придется на один и тот же месяц?¹

Задача 4. В студенческой группе из 12 человек учатся 9 девушек и 3 юноши. В рамках проектной работы по предмету «Как правильно проводить опросы» студенты случайным образом отбирают 8 респондентов из числа студентов группы. Рассчитайте вероятность того, что :

- (а) Среди респондентов сохранится пропорция девушек и юношей, характерная для группы;
- (б) Среди респондентов будет хотя бы один юноша.

Теорема (Теорема сложения вероятностей²). *Для любых двух событий A и B вероятность того, что хотя бы одно из этих событий произойдет, равна сумме вероятностей событий A и B минус вероятность их одновременного выполнения:*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Задача 5. В опросе, посвященном измерению стрессоустойчивости, приняло участие 800 человек. С утверждением A – «Я испытываю проблемы со сном накануне важных для меня событий» согласились 640 респондентов. С утверждением B – «Я редко ощущаю растерянность в непредвиденных ситуациях» не согласились 500 респондентов. Одновременно с утверждениями A и B согласились 220 опрошенных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный респондент согласился либо с утверждением A , либо с утверждением B .

Определение 1. *Условной вероятностью $P(A|B)$ события A при условии события B называется отношение вероятности пересечения $A \cap B$ к вероятности события B :*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

¹Задачи 1 и 3 взяты из *Barron's GRE, 22nd Edition*.

²Для любых трех событий A , B и C верна следующая формула:
 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$.

Задача 6. Тест состоит из двух вопросов. Каждый из вопросов имеет 6 вариантов ответа, характеризующих степень согласия респондента и лежащих в границах от 1 (полностью не согласен) до 6 (полностью согласен). Респонденту требуется выбрать только один из вариантов ответа. Пусть событие A — ответ на первый вопрос не превышает 3, событие B — сумма ответов равна 8. Считаем, что ответ на вопрос дается случайно.

- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию A ;
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию B ;
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событиям A и B одновременно;
- Найдите вероятность события $A \cap B$;
- Найдите вероятность события $A \cup B$;
- Найдите вероятность события A при условии B .

Задача 7. Газета «Комсомольская правда» писала: «новый антитабачный законопроект одобряет большинство наших экономически активных сограждан (66%). <...> Удивительно, но в поддержку запрета высказываются и многие курильщики — среди них этот показатель составил 42% (среди некурящих россиян инициативу Минздрава одобряют 75%)» (<http://www.kp.ru/daily/25964/2903066/>)³.

Выберем случайного человека среди экономически активных граждан. Пусть событие A — выбранный человек одобряет антитабачный закон, событие B — выбранный человек курит.

- Чему равно $P(A)$?
- Чему равно $P(A|B)$?
- Чему равно $P(A|\bar{B})$?
- Можно ли из приведённого фрагмента вычислить, чему равно $P(B|A)$?

Задача 8. Эксперимент, оценивающий эффективность нового лекарства от простуды, показал следующие результаты:

	Лекарство	Плацебо	Всего
Не заболели	739	727	?
Заболели	74	89	?
Всего	?	?	1629

Заполните таблицу и ответьте на следующие вопросы:

- Какова вероятность заболеть после принятия лекарства?
- Какова вероятность заболеть после принятия плацебо?
- Если участник эксперимента заболел, с какой вероятностью он принял плацебо?
- Связана ли вероятность заболеть с принятием нового лекарства?

³Задача заимствована из материалов курса «Математика и статистика (часть 1)» ОП «Политология».