

ОП «Политология», 2018-19**Математика и статистика, часть 2****Дополнительные задачи (10.01.2019 или 15.01.2019)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок*

Задача 1. Считая, что словом является любая последовательность букв (необязательно осмысленная), посчитайте, сколько слов можно составить из слов: РЕГИОН, АВТОКРАТИЯ, ИНСТИТУЦИОНАЛИЗМ?

Задача 2. В выражении $(a + b + c)^{23}$ раскрыли скобки. Найдите коэффициенты при следующих слагаемых:

- (а) $a^6 b^7 c^{10}$;
- (б) $a^{10} b^3 c^{10}$;
- (в) $a^8 b^9 c^2$.

Определение 1. Бином Ньютона – формула разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной (натуральной) степени суммы двух переменных, имеющая вид:

$$(a + b)^n = C_n^0 \cdot a^n \cdot b^{n-n} + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + C_n^2 \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^n \cdot a^0 \cdot b^n,$$

где $n \in \mathbb{N}$.

Задача 3. Докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$ при $n \in \mathbb{N}$.

Задача 4. Докажите, что $(x + 1)^n + (x - 1)^n \leq 2^n$ при $n \geq 2$, $|x| \leq 1$ ¹.

¹Источник: Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: ФИМА, МЦНМО, 2006 г. – 400 с.