

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2018-19 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №3

Фамилия и имя: \_\_\_\_\_

Вариант: Конча Кирилл Олегович

### Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

### Задание

**Задача 1.** Сколько попарно неизоморфных простых графов, содержащих 10 вершин и 41 ребро существует?

**Задача 2.** В далёком государстве 97 городов, причём из каждого выходит не менее 49 автодорог, соединяющих с другими городами этого же государства (два города связаны не более чем одной дорогой, дороги двусторонние). Может ли путешественник объехать все города на машине?

**Задача 3.** Каждый из 135 студентов курса знаком не менее чем с 101 другими. Докажите, что среди них найдутся 4 студента, имеющие одинаковое число знакомых.

**Задача 4.** Существует ли многогранник с нечётным числом граней, все грани которого — многоугольники с нечётным числом сторон.

**Задача 5.** Какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа на 9 вершинах, чтобы в получившемся графе не было ни одного цикла?

**Задача 6.** Пусть  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $L_1 = (a \cup ac)^* \cdot a$ ,  $L_2 = (bb \cup db \cup dc) \cdot a^*$ . Построить диаграммы и конечные автоматы, задающие следующие языки:

- $L_1$ ;
- $L_2$ ;
- $CL_1$ ;
- $L_1 \cup L_2$ ;
- $L_2 \cdot L_1$ ;
- $(L_2)^*$ .

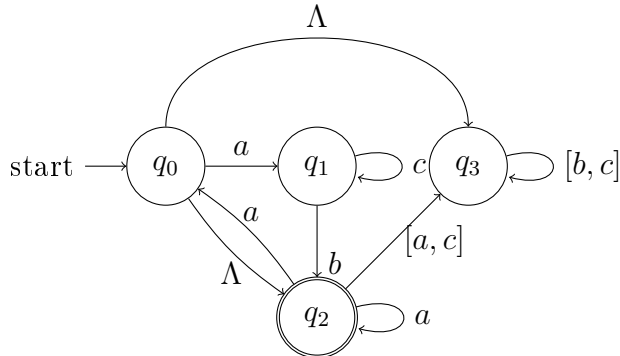
Для упрощения изображений (диаграмм) можно вводить обозначения для уже построенных диаграмм в предыдущих пунктах (но даже в этом случае надо обязательно указывать начальную и финальные вершины для этих диаграмм)

**Задача 7.** Пусть  $A = \{a, b\}$ ,  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ ,  $Q' = \{q_1\}$ , функция  $G : A \times Q \rightarrow Q$  задаётся следующим образом:

$$\begin{aligned}G(a, q_0) &= q_1; \\G(b, q_0) &= q_2; \\G(a, q_1) &= q_3; \\G(b, q_1) &= q_0; \\G(a, q_2) &= q_1; \\G(b, q_2) &= q_3; \\G(a, q_3) &= q_1; \\G(b, q_3) &= q_0.\end{aligned}$$

Нарисовать диаграмму для автомата  $(A, Q, G, q_0, Q')$  и написать регулярное выражение для языка, представимого этим автоматом.

**Задача 8.** Язык задан диаграммой



Построить конечный автомат, который представляет тот же самый язык. Написать регулярное выражение для этого языка.

**Задача 9.** Пусть  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{0, 1\}$ . Привести пример распределения частот букв для алфавита  $A$ , при котором при кодировании его в алфавите  $B$  существует оптимальный код, содержащий однобуквенное слово и оптимальный код, не содержащий однобуквенного слова.

**Задача 10.** По каналу передавалось кодовое слово, построенное по методу Хэмминга. Ошибок не более одной. Могло ли придти следующее слово? Если да, то какое было исходное сообщение?

- 0011010110
- 1100001110
- 0011101001

**Задача 11.** Построить оптимальный алфавитный код (код с минимальной избыточностью), буквы кодируемого алфавита имеют следующие частоты выпадения: 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.07, 0.08, 0.1, 0.13, 0.16, 0.21, кодирующий алфавит состоит из пяти букв.

**Задача 12.** Пусть  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  — множество вершин некоторого графа  $G$ . Определим на множестве  $V$  двуместный предикат  $P(x, y)$ , который принимает значение «ИСТИНА» тогда и только тогда, когда вершины  $x$  и  $y$  соединены ребром. Определим на множестве  $V$  двуместный предикат  $R(x, y)$ , который принимает значение «ИСТИНА» тогда и только тогда, когда вершины  $x$  и  $y$  совпадают.

Используя предикаты  $P(x, y)$ ,  $R(x, y)$ , функции алгебры логики, кванторы всеобщности и существования, запишите следующее (везде рассматривается простой граф)

- Граф  $V$  является двудольным.
- Граф  $V$  является деревом.

**Задача 13.** Выяснить, существует ли  $q$ -ичный код с минимальной избыточностью (оптимальный код), обладающий заданной последовательностью  $L$  длин кодовых слов:

- $q = 3$ ,  $L = (1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$ ;
- $q = 3$ ,  $L = (1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3)$ ;
- $q = 2$ ,  $L = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 6)$ .

**Задача 14.** Являются ли следующие языки регулярными?

- Язык над алфавитом  $A = \{a, b\}$ , содержащий все слова, в которых длины  $n^2$  для любого натурального  $n$  и не содержащий никаких других.
- Язык над алфавитом  $A = \{a, b\}$ , содержащий все слова, в которых не содержится подслово  $ababa$  и не содержащий никаких других.