НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.
Дискретная математика для лингвистов
Письменная домашняя работа №2
Фамилия и имя: _____
Вариант: Орлов Евгений Маркович

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Среди всех людей сверхспособные к изучению языков составляют 1/20000 часть. Составители вступительных испытаний разработали экзамен для определения людей, сверхспособных к изучению языков. Если тест проходит обычный человек, без сверхспособностей к языкам, то с вероятностью 0.96 тест покажет, что это обычный человек, а с вероятностью 0.04 — что сверхспособный к изучению языков. Если же тест проходит сверхспособный к изучению языков, то с вероятностью 0.8 тест покажет, что это человек, сверхспособный к изучению языков, а с вероятностью 0.2 — что обычный человек. Тест показал, что выбранный человек — сверхспособный к изучению языков. С какой вероятностью он действительно сверхспособный к изучению языков?

Задача 2. Построить совершенную дизъюнктивную нормальную форму и совершенную конъюнктивную нормальную форму для следующих функций алгебры логики.

a. $xyzu \oplus xyz \oplus xyu \oplus yzu \oplus xz \oplus xy \oplus yz \oplus zu \oplus y \oplus y \oplus u \oplus 1$;

b. (01101000).

Задача 3. Выразить следующие функции алгебры логики формулами над множествами функций алгебры логики $\{x \mid y\}$, $\{x \oplus y, xy, 1\}$.

a. $x\,y\,z \vee x\,y\,\overline{z} \vee \overline{x}\,\overline{y}\,z \vee \overline{x}\,y\,\overline{z}$;

b. (11000011).

Задача 4. Бросают одновременно 3 игральных кубика. Какая вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка?

Задача 5. Найти хотя бы одно решение в целых числах уравнения $779x+851y = 2$ (или показать, что таких чисел нет).

Задача 6. На сколько нулей заканчивается число 2017! (в десятичной записи)?

Задача 7. Найти наибольший общий делитель чисел 15737497 и 647898355.

Задача 8. Найти наибольший общий делитель многочленов $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ и $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$.

Задача 9. На множестве натуральных чисел задан предикат $D(x, y)$, который принимает значение «истина» тогда и только тогда, когда x делится на y. Используя символы функций алгебры логики, предикат $D(x, y)$, кванторы всеобщности и существования, записать следующие предикаты.

a. $P_{=1}(x)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда $x = 1$;
b. $P_{=}(x, y)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда $x = y$;
c. $P_{pr}(x)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда x — простое число.

Задача 10. Найдите остаток от деления числа 2017^{2018} на

$$3; \quad 5; \quad 7; \quad 15.$$

Задача 11. Найти основание d системы счисления, если известно, что

$$89701_d = 37825_{10}.$$

Задача 12. Найти наименьшее трёхзначное шестнадцатиричное число, двоичная запись которого содержит ровно 5 нулей.

Задача 13. Перевести число 148,574 в системы счисления с основаниями 2, 3, 8, 20 (с точностью до 5 знаков после запятой).

Задача 14. Делится ли число 770 049 063 035 015 на число 3 501 405 621 714?

Задача 15. На доске написано число 589 173 156 419 451 406. Раз в пять минут к доске подходит Саня, стирает написанное число и пишет вместо него сумму его цифр. Через некоторое время на доске осталась одна цифра. Какая?

Задача 16. Выписать двоичные представления всех чисел, которые больше чем 35_8 и меньше чем 27_{12}.

Задача 17. Случайным образом выбирается подмножество множества $\{1, 2, \ldots, 4000\}$. Какова вероятность того, что ни один из элементов выбранного подмножества не делится ни на 3, ни на 7, ни на 13?