

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №2

Фамилия и имя: _____

Вариант: Гордеев Никита Владимирович

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Среди всех людей сверхспособные к изучению языков составляют $1/10000$ часть. Составители вступительных испытаний разработали экзамен для определения людей, сверхспособных к изучению языков. Если тест проходит обычный человек, без сверхспособностей к языкам, то с вероятностью 0.92 тест покажет, что это обычный человек, а с вероятностью 0.08 — что сверхспособный к изучению языков. Если же тест проходит сверхспособный к изучению языков, то с вероятностью 0.5 тест покажет, что это человек, сверхспособный к изучению языков, а с вероятностью 0.5 — что обычный человек. Тест показал, что выбранный человек — сверхспособный к изучению языков. С какой вероятностью он действительно сверхспособный к изучению языков?

Задача 2. Построить совершенную дизъюнктивную нормальную форму и совершенную конъюнктивную нормальную форму для следующих функций алгебры логики.

- a. $xzu \oplus xyu \oplus yzu \oplus xz \oplus xi \oplus zi \oplus y \oplus y \oplus z \oplus 1$;
- b. (10111101).

Задача 3. Выразить следующие функции алгебры логики формулами над множествами функций алгебры логики $\{x \mid y\}$, $\{x \oplus y, xy, 1\}$.

- a. $xyz \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$;
- b. (10000111).

Задача 4. Бросают одновременно 4 игральных кубика. Какая вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков?

Задача 5. Найти хотя бы одно решение в целых числах уравнения $21299x + 901y = 8$ (или показать, что таких чисел нет).

Задача 6. На сколько нулей заканчивается число $2018!$ (в десятичной записи)?

Задача 7. Найти наибольший общий делитель чисел 25644589 и 1195960165.

Задача 8. Найти наибольший общий делитель многочленов $x^4 + x^3 + 4x^2 + 3x + 3$ и $x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 4$.

Задача 9. На множестве натуральных чисел задан предикат $D(x, y)$, который принимает значение «истина» тогда и только тогда, когда x делится на y . Используя символы функций алгебры логики, предикат $D(x, y)$, кванторы всеобщности и существования, записать следующие предикаты.

- а. $P_{=1}(x)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда $x = 1$;
- б. $P_{=}(x, y)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда $x = y$;
- с. $P_{pr}(x)$, принимающий значение «истина» тогда и только тогда, когда x — простое число.

Задача 10. Найдите остаток от деления числа 2017^{2018} на
3; 5; 7; 15.

Задача 11. Найти основание d системы счисления, если известно, что

$$55945_d = 80998_{10}.$$

Задача 12. Найти наименьшее трёхзначное шестнадцатиричное число, двоичная запись которого содержит ровно 5 нулей.

Задача 13. Перевести число 183,537 в системы счисления с основаниями 2, 3, 16, 20 (с точностью до 5 знаков после запятой).

Задача 14. Делится ли число 980 056 063 049 039 на число 3 501 405 628 714?

Задача 15. На доске написано число 689 163 256 409 455 436. Раз в пять минут к доске подходит Саня, стирает написанное число и пишет вместо него сумму его цифр. Через некоторое время на доске осталась одна цифра. Какая?

Задача 16. Выписать двоичные представления всех чисел, которые больше чем 40_9 и меньше чем 32_{12} .

Задача 17. Случайным образом выбирается подмножество множества $\{1, 2, \dots, 3000\}$. Какова вероятность того, что ни один из элементов выбранного подмножества не делится ни на 3, ни на 7, ни на 13?