

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №1

Фамилия и имя: \_\_\_\_\_

Вариант: Гордеев Никита Владимирович

### Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

### Задание

**Задача 1.** Пусть  $|A| = 3$ ,  $|B| = 13$ . Какое значение может принимать мощность множеств  $|A \cup B|$ ,  $|A \cap B|$ ,  $|A \setminus B|$ ,  $|A \Delta B|$ ?

**Задача 2.** Петя собирается все 95 дней каникул провести в деревне и при этом каждый второй день (то есть через день) ходить купаться на озеро, каждый третий — решать задачи по математике, а каждый тринадцатый день — ездить в магазин за продуктами. (В первый день Петя сделал и первое, и второе, и третье и очень устал.) Сколько будет у Пети «приятных» дней, когда нужно будет купаться, но не нужно ни ездить в магазин, ни решать задачи? Сколько «скучных», когда совсем не будет никаких дел?

**Задача 3.** Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2019?

**Задача 4.** Существуют ли такие множества  $A, B, C$ , что

$$A \cap B \neq \emptyset, \quad A \cap C = \emptyset, \quad (A \cap B) \setminus C = \emptyset?$$

Если да, приведите какой-нибудь пример. Если нет, докажите почему.

**Задача 5.** Даны множества.

$A$ : Множество четных чисел, не превосходящих 30.

$B$ : Множество корней уравнения  $x^2 = 9$ .

$C$ :  $\emptyset$ .

$D$ : Множество студентов первого курса школы лингвистики, посещающих курс дискретной математики.

$E$ : Множество натуральных чисел, заканчивающихся на 1,3,5,7,9.

$F$ : Множество чисел  $a$ , удовлетворяющих равенству  $a^4 - 81 = 0$ .

$G$ : Множество натуральных чисел  $b$ , удовлетворяющих равенству  $b^2 + 9 = 0$ .

$H$ :  $\{1, 3, 6, 9, 12\}$ .

Найти равные множества. Найти пары множеств, в которых одно является подмножеством другого.

**Задача 6.** Доказать неравенство (всё решение, включая необходимые подсчёты, должно быть приведено в работе)

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2016}} > \sqrt{2016}$$

**Задача 7.** В выражении  $(2 + a + b)^{15}$  раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Какие коэффициенты будут при следующих слагаемых?

- а.  $a^6b^9$ ;
- б.  $a^6b^6$ ;
- в.  $b^3$ ?

**Задача 8.** Переменчивая девочка Ирина любит надевать то кофточку и брючки, то платье и колготки. В шкафу у Ирины 5 платьев, 12 колготок, 6 кофточек и 8 брючек. Ирина чередует: день платье с колготками, день кофточка с брючками.

- а. Сколько дней Ирина может одеваться по своим правилам так, чтобы каждый день был новый комплект?
- б. Какое минимальное число элементов одежды нужно докупить, так, чтобы период «каждый день разный комплект» увеличился втрое?
- в. Внезапно Ирина осознала, что её любимый зелёный цвет должен обязательно присутствовать в одежде. Сколько в этом случае дней можно одеваться по-разному, если у неё 1 зелёное платье, 7 зелёных колготок, 2 зелёные кофточки, 5 зелёных штанишек.

**Задача 9.** Найти количество слов длины 11 в русском алфавите, в которых буквы идут в алфавитном порядке (например, *агду*, *прзя*, *аря*).

**Задача 10.** Сколькими способами можно начинить 16 блинов, если имеется 6 начинок (каждый блин должен быть с начинкой) и выполняются следующие условия:

- а. сначала пустые блины раздали 16 гостям, а потом гости их сами начиняют;
- б. сначала пустые блины раздали 16 гостям, а потом гости их сами начиняют, при этом каждая начинка используется хотя бы одним гостем;
- в. блины наполняются на кухне, до раздачи гостям;
- д. блины наполняются на кухне, до раздачи гостям, при этом каждая начинка используется хотя бы один раз;

**Задача 11.** Доказать, что любое число квадратов может быть разрезано так, чтобы из получившихся частей можно было сложить квадрат.

**Задача 12.** Старший брат Миша получил 12 разных пирожных. Он их делит между собой и своими двумя сёстрами. Сколькими способами он может поделить, если младенцу Наталии достаточно 2 пирожных, а с Ириной надо поделиться поровну?