

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №1

Фамилия и имя: _____

Вариант: Белецкий Петр Олегович

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Пусть $|A| = 7$, $|B| = 4$. Какое значение может принимать мощность множеств $|A \cup B|$, $|A \cap B|$, $|A \setminus B|$, $|A \Delta B|$?

Задача 2. Петя собирается все 99 дней каникул провести в деревне и при этом каждый второй день (то есть через день) ходить купаться на озеро, каждый третий — решать задачи по математике, а каждый тринадцатый день — ездить в магазин за продуктами. (В первый день Петя сделал и первое, и второе, и третье и очень устал.) Сколько будет у Пети «приятных» дней, когда нужно будет купаться, но не нужно ни ездить в магазин, ни решать задачи? Сколько «скучных», когда совсем не будет никаких дел?

Задача 3. Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2019?

Задача 4. Существуют ли такие множества A, B, C , что

$$A \cap B \neq \emptyset, \quad A \cap C = \emptyset, \quad (A \cap B) \setminus C = \emptyset?$$

Если да, приведите какой-нибудь пример. Если нет, докажите почему.

Задача 5. Даны множества.

A : Множество четных чисел, не превосходящих 42.

B : Множество корней уравнения $x^2 = 9$.

C : \emptyset .

D : Множество студентов первого курса школы лингвистики, посещающих курс дискретной математики.

E : Множество натуральных чисел, заканчивающихся на 1,3,5,7,9.

F : Множество чисел a , удовлетворяющих равенству $a^4 - 81 = 0$.

G : Множество натуральных чисел b , удовлетворяющих равенству $b^2 + 9 = 0$.

H : $\{\{1, 2\}, 3, 5, 8, \{11, 13\}\}$.

Найти равные множества. Найти пары множеств, в которых одно является подмножеством другого.

Задача 6. Доказать неравенство (всё решение, включая необходимые подсчёты, должно быть приведено в работе)

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}} > \sqrt{2017}$$

Задача 7. В выражении $(2 + a + b)^{11}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Какие коэффициенты будут при следующих слагаемых?

- а. a^4b^7 ;
- б. a^3b^4 ;
- в. b^4 ?

Задача 8. Переменчивая девочка Ирина любит надевать то кофточку и брючки, то платье и колготки. В шкафу у Ирины 9 платьев, 7 колготок, 12 кофточек и 6 брючек. Ирина чередует: день платье с колготками, день кофточка с брючками.

- а. Сколько дней Ирина может одеваться по своим правилам так, чтобы каждый день был новый комплект?
- б. Какое минимальное число элементов одежды нужно докупить, так, чтобы период «каждый день разный комплект» увеличился вдвое?
- в. Внезапно Ирина осознала, что её любимый зелёный цвет должен обязательно присутствовать в одежде. Сколько в этом случае дней можно одеваться по-разному, если у неё 5 зелёных платьев, 2 зелёных колготок, 8 зелёных кофточек, 3 зелёных штанишек.

Задача 9. Найти количество слов длины 7 в русском алфавите, в которых буквы идут в алфавитном порядке (например, *агду, првя, аря*).

Задача 10. Сколькими способами можно начинить 24 блинов, если имеется 6 начинок (каждый блин должен быть с начинкой) и выполняются следующие условия:

- а. сначала пустые блины раздали 24 гостям, а потом гости их сами начиняют;
- б. сначала пустые блины раздали 24 гостям, а потом гости их сами начиняют, при этом каждая начинка используется хотя бы одним гостем;
- в. блины наполняются на кухне, до раздачи гостям;
- д. блины наполняются на кухне, до раздачи гостям, при этом каждая начинка используется хотя бы один раз;

Задача 11. Доказать, что любое число квадратов может быть разрезано так, чтобы из получившихся частей можно было сложить квадрат.

Задача 12. Старший брат Миша получил 15 разных пирожных. Он их делит между собой и своими двумя сёстрами. Сколькими способами он может поделить, если младенцу Наталии достаточно 3 пирожных, а с Ириной надо поделиться поровну?