НИУ Высшая школа экономики
Факультатив

Теория игр
2018/2019 учебный год

Задание к семинару 3
(*16 февраля 2019 года*)

Задание 1. Основной работой жителей племени Тумба-Юмба является сбор бананов. В конце рабочего дня каждый житель отдает некоторую долю собранных им бананов поварам племени, а остальное забирает себе и продает на соседний остров, где бананы не растут. Скоро в племени Тумба-Юмба состоятся выборы предводителя. На главный пост претендуют два кандидата, говорящие на языке Тумба и два кандидата, говорящие на языке Юмба. Выборы происходят по следующему правилу. В первом туре жители, говорящие на языке Тумба, выбирают своего кандидата в предводители, а жители, говорящие на языке Юмба, — своего. Во втором туре все племя выберет из них единого предводителя. Выбранному предводителю предстоит решать сложный вопрос о доле α бананов, отдаваемых каждым жителем после сбора поварам. Традиционно жители, говорящие на языке Тумба, предпочитают частную собственность ($\alpha \in [0; 0,5]$), а жителям, говорящим на языке Юмба, нравится централизованное питание на острове в общественных столовых ($\alpha \in [0,5; 1]$). Рассмотрим вариант модели Даунса для случая двухэтапного политического позиционирования. Идеальные точки избирателей распределены непрерывно и равномерно на отрезке $[0; 1]$. Каждый кандидат старается максимизировать вероятность своей победы на выборах. Перед первым туром каждый кандидат раз и навсегда выбирает свою позицию на отрезке $[0; 1]$, причем кандидаты, говорящие на языке Тумба, выбирают точку на отрезке $[0; 0,5]$, а говорящие на языке Юмба — на отрезке $[0,5; 1]$. Обозначим стратегии кандидатов A, B, C, D через a, b, c, d соответственно. Опишите все равновесия Нэша.

Задание 2. Четыре парламентские партии работают над необходимым, но крайне непопулярным у населения законом. Все партии одновременно и независимо друг от друга решают, выдвигать ли данный закон от своего имени. Если n партий выдвинут данный закон от своего имени, где $1 \leqslant n \leqslant 4$, то каждая партия понесет репутационные издержки в размере $\frac{12}{n}$. Партии, не выдвинувшие данный закон, за него проголосуют, но репутационных издержек не понесут. Однако если ни одна партия закон не выдвинет, то все закончится плохо: из-за отсутствия необходимого закона каждая партия понесет издержки в размере 15. Найти все равновесия Нэша в этой игре.

Задание 3. Слушатели факультатива по теории игр решили все вместе пойти смотреть новый эпизод «Звёздных войн», чтобы снять стресс после экзамена. Все они в разной степени любят эту сагу, а билеты нужно покупать одинаковые. В первое время после премьеры сеансов настолько много, что можно купить билеты любого качества. Чем сеанс лучше, тем он дороже. Первый студент больше всего хотел бы пойти на сеанс качества 2, второй – качества 4, i-ый -— качества 2^i. Всего на курсе

$N > 50$ человек. Чем дальше качество выбранного сеанса от того, которое предпочитает студент, тем ему хуже. Возникла проблема: нужно как-то решать, какие билеты покупать.

Петя предложил выбрать такой уровень качества g, чтобы не существовало другого уровня качества g', который является строго предпочтительным по сравнению с g для, по меньшей мере, половины студентов. Маша заявила, что так они ничего не решат. Права ли она?

Задание 4. Рассмотрим стандартную модель Курно. На рынке некоторого бесконечно делимого[1] товара конкурируют по уровню выпуска две фирмы. Первая фирма выбирает объем производства q_1, вторая фирма выбирает объем производства q_2; фирмы выбирают уровень выпуска одновременно. Издержки на производство одной единицы товара для обеих фирм равны и составляют 1. Производственные возможности не позволяют произвести первой фирме более 1,2 единиц товара, а вторая фирма не сможет произвести более 1,7 единиц товара. Пусть $Q = q_1 + q_2$ и в равновесии потребители покупают весь предложеннный на рынке товар в объеме Q. Цена на товар задается обратной функцией спроса $p(Q) = 5 - Q$ при $Q \leqslant 5$; при $Q > 5$ цена равна 0. Сколько будет выпускать каждая из фирм в равновесии?

Задание 5. **Турнир по игре «Танковая битва»**

Описание игры «Танковая битва»

1. Играют двое.
2. Поле игры представляет собой доску размера 3 на 3. Горизонтали пронумерованы цифрами от 1 до 3, а вертикали — буквами от a до c.
3. Каждый игрок располагает армией в 100 танков.
4. Перед битвой ночью каждая сторона втайне размещает свои танки произвольным способом на 9 клетках. На каждую клетку можно поставить любое целое число танков от 0 до 100.
5. Утром начинается сражение. На каждой из 9 клеток побеждает тот игрок, у кого на этой клетке стоит больше танков. За победу на каждой из 9 клеток дается 1 очко. Если на некоторой клетке стоит одинаковое число танков двух сторон, то сражение на этой клетке заканчивается вничью, и оба игрока получают 0,5 очка.
6. Сражение выигрывает тот, кто выиграл больше полей. Если оба игрока выиграли по 4,5 поля, сражение заканчивается вничью.

Общие положения турнира

0. В турнире участвуют все желающие слушатели курса.
1. Каждый желающий студент заявляет на турнир *одну* стратегию в игре «Танковая битва».
2. Крайний срок подачи стратегии на турнир — четверг, 21 февраля 2019 года, 23:59:59.

[1] Это означает, что уровень выпуска выражается действительным числом (не обязательно целым).

3. Стратегия заявляется на турнир исключительно путем отправки письма Александру Козловскому на адрес docspochta90@gmail.com.

4. Все поданные на турнир стратегии сыграют друг с другом в круговом турнире, то есть каждая стратегия сыграет с каждой по одному разу.

5. Победитель турнира определяется по числу выигранных сражений.

6. Авторы лучших 10% стратегий по итогам турнира получат один бонусный балл к оценке за курс «Теория игр».

Желаем всем участникам турнира удачных поединков!