

НИУ Высшая школа экономики
Факультатив

Теория игр
2018/2019 учебный год

Задание к семинару 2
(9 февраля 2019 года)

Задание 1. При каких значениях параметра a в следующей игре есть ровно одно равновесие Нэша?

	t_1	t_2
s_1	2;0	1;3
s_2	-1;2	2; a

Задание 2. Близится развязка игры в «Мафию»¹. Осталось три игрока: 1 мирный житель, 1 мафия и 1 маньяк. Всем уже стало понятно, кто есть кто. Каждый хочет победить, в том числе и маньяк, который считается самостоятельным игроком (не мирным жителем и не мафией). Наступила ночь. Маньяк и мафия независимо друг от друга решают, кого этой ночью убить. Если до утра дотянут двое, то каждый из них получит половину победы, что лучше, чем проиграть. Чем завершится игра в равновесии Нэша?

Задание 3. На съезде «Партии любителей фейхоа» проходят выборы нового председателя партии. На пост претендуют 4 кандидата: М, С, Ш и Я. Они же и выбирают председателя; других голосующих нет. Предпочтения каждого из участников голосования на множестве возможных председателей устроены следующим образом:

М	М \succ С \succ Ш \succ Я
С	С \succ Ш \succ Я \succ М
Ш	Ш \succ Я \succ М \succ С
Я	С \succ Я \succ М \succ Ш

Голосование проходит в один тур. Каждый участник голосования должен проголосовать ровно за одного кандидата. Побеждает кандидат, набравший больше голосов, чем каждый из остальных. В случае, если несколько кандидатов разделили первое место по числу голосов, право выбора, кого из них сделать новым председателем, будет у действующего председателя М. Голосование является закрытым. Предпочтения друг друга известны всем.

а) Кто победит в голосовании, если участники голосуют нестратегически (то есть искренне указывают своего самого предпочтительного кандидата)?

б) Будет ли профиль из пункта а), в котором все участники голосуют за самого предпочтительного кандидата, равновесием Нэша?

¹Подробные правила игры и некоторые теоретико-игровые рассуждения см. здесь: [https://en.wikipedia.org/wiki/Mafia_\(party_game\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Mafia_(party_game))

в) Председатель счетной комиссии, объявляя результаты, сказал, что каждый кандидат получил ровно по одному голосу, и заметил: «Я особенно рад, что мы проголосовали как в равновесии Нэша. Значит, никто не уйдет сегодня расстроенным». Докажите, что с председателем счётной комиссии что-то не так.

Задание 4. Основной работой жителей племени Тумба-Юмба является сбор бананов. В конце рабочего дня каждый житель отдает некоторую долю собранных им бананов поварам племени, а остальное забирает себе и продает на соседний остров, где бананы не растут. Скоро в племени Тумба-Юмба состоятся выборы предводителя. На главный пост претендуют два кандидата, говорящие на языке Тумба и два кандидата, говорящие на языке Юмба. Выборы происходят по следующему правилу. В первом туре жители, говорящие на языке Тумба, выбирают своего кандидата в предводители, а жители, говорящие на языке Юмба, — своего. Во втором туре все племя выберет из них единого предводителя. Выбранному предводителю предстоит решать сложный вопрос о доле α бананов, отдаваемых каждым жителем после сбора поварам. Традиционно жители, говорящие на языке Тумба, предпочитают частную собственность ($\alpha \in [0; 0,5]$), а жителям, говорящим на языке Юмба, нравится централизованное питание на острове в общественных столовых ($\alpha \in [0,5; 1]$). Рассмотрим вариант модели Даунса для случая двухэтапного политического позиционирования. Идеальные точки избирателей распределены непрерывно и равномерно на отрезке $[0; 1]$. Каждый кандидат старается максимизировать вероятность своей победы на выборах. Перед первым туром каждый кандидат раз и навсегда выбирает свою позицию на отрезке $[0; 1]$, причем кандидаты, говорящие на языке Тумба, выбирают точку на отрезке $[0; 0,5]$, а говорящие на языке Юмба — на отрезке $[0,5; 1]$. Обозначим стратегии кандидатов A, B, C, D через a, b, c, d соответственно.

I. Какие из следующих профилей являются равновесием Нэша:

а) $(a, b, c, d) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$;

б) $(a, b, c, d) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;

в) $(a, b, c, d) = (\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$;

г) $(a, b, c, d) = (\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{5})$;

д) $(a, b, c, d) = (\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$?

II. Опишите все равновесия Нэша.