

НИУ ВШЭ, Факультет социальных наук, департамент социологии, 2017-18 уч. год.  
Дискретная математика для социологов  
Письменная домашняя работа №2

Фамилия и имя: \_\_\_\_\_

Вариант: Мельникова Дарья Ильинична

### Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

### Задание

**Задача 1.** Может ли граф, содержащий 13 вершин и 72 ребра иметь больше одной компоненты связности?

**Задача 2.** Сколько существует перестановок чисел от 1 до 6, таких что никакое число  $t$  не стоит на  $t$ -ом месте (такие перестановки называются «беспорядками»).

**Задача 3.** Неориентированный граф  $G = (V, E)$  задан множеством своих вершин

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

и множеством своих ребер

$$E = \{(v_2, v_3), (v_2, v_6), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_6)\}.$$

- Изобразите граф  $G$  на плоскости.
  - Есть ли в графе  $G$  петли?
  - Есть ли в графе  $G$  кратные ребра?
  - Есть ли в графе  $G$  изолированные вершины?
  - Является ли граф  $G$  простым?
  - Является ли граф  $G$  полным?
  - Найдите степени всех вершин графа  $G$ .
- Является ли пара  $G' = (V', E')$  подграфом графа  $G$ , если
- $V' = V, E' = \emptyset$ .
  - $V' = \emptyset, E' = E$ .
  - $V' = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}, E' = \{(v_2, v_3), (v_2, v_6), (v_3, v_4), (v_4, v_6)\}$ .
  - $V' = \{v_2, v_3, v_4, v_5\}, E' = \{(v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_6)\}$ .

**Задача 4.** В полном графе 91 ребро. Сколько в нем вершин?

**Задача 5.** Существуют ли простые графы со следующими наборами степеней вершин? Ответы обосновать.

- (5, 5, 5, 5, 5, 5).
- (6, 6, 6, 6, 6, 5, 2).
- (2, 2, 2, 2, 3, 4, 7, 7).

**Задача 6.** Существует ли дерево со следующим набором степеней вершин? Если существует, привести пример. Если не существует, обосновать.

- a. (1, 1, 1, 2, 3, 3, 3).
- b. (1, 1, 1, 1, 2, 2, 2).

**Задача 7.** Какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа на 12 вершинах, чтобы в получившемся графе не было ни одного цикла?

**Задача 8.** Найти минимальное остовное дерево для графа  $G = (V, E)$ , где  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_2, v_6), (v_3, v_5), (v_3, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_7), (v_4, v_8), (v_5, v_6), (v_5, v_7), (v_5, v_8), (v_5, v_9), (v_6, v_8), (v_6, v_9), (v_7, v_8), (v_8, v_9)\}$ , а веса ребер следующие:  $p(v_1, v_2) = 6$ ,  $p(v_1, v_4) = 1$ ,  $p(v_1, v_5) = 3$ ,  $p(v_2, v_3) = 6$ ,  $p(v_2, v_4) = 1$ ,  $p(v_2, v_5) = 9$ ,  $p(v_2, v_6) = 1$ ,  $p(v_3, v_5) = 9$ ,  $p(v_3, v_6) = 1$ ,  $p(v_4, v_5) = 9$ ,  $p(v_4, v_7) = 7$ ,  $p(v_4, v_8) = 4$ ,  $p(v_5, v_6) = 2$ ,  $p(v_5, v_7) = 3$ ,  $p(v_5, v_8) = 1$ ,  $p(v_5, v_9) = 9$ ,  $p(v_6, v_8) = 3$ ,  $p(v_6, v_9) = 9$ ,  $p(v_7, v_8) = 4$ ,  $p(v_8, v_9) = 5$ .

**Задача 9.** Из студентов университета 77 % посещают лекции по социологической теории, 85 % — лекции по математике, 72 % — лекции по истории, 86 % — лекции по философии. Каков наименьший процент числа студентов посещающих все лекции?