

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №3

Фамилия и имя: \_\_\_\_\_

Вариант: Скоба Мария Викторовна

### Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

### Задание

**Задача 1.** Неориентированный граф  $G = (V, E)$  задан множеством своих вершин

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

и множеством своих ребер

$$E = \{(v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_4), (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_5, v_6)\}.$$

- a. Есть ли в графе  $G$  петли?
- b. Есть ли в графе  $G$  кратные ребра?
- c. Есть ли в графе  $G$  изолированные вершины?
- d. Является ли граф  $G$  простым?
- e. Является ли граф  $G$  полным?
- f. Найдите степени всех вершин графа  $G$ .
- g. Изобразите граф  $G$  на плоскости.

**Задача 2.** Существуют ли простые графы со следующими наборами степеней вершин? Ответы обосновать.

- a.  $(2, 2, 3, 3, 3, 4)$ .
- b.  $(4, 3, 2, 2, 2, 2, 2)$ .
- c.  $(2, 2, 2, 3, 4, 4, 7, 7)$ .

**Задача 3.** Сколько попарно неизоморфных простых графов, содержащих 12 вершин и 62 ребра существует?

**Задача 4.** В далёком государстве 81 город, причём из каждого выходит не менее 41 автодороги, соединяющих с другими городами этого же государства (два города связаны не более чем одной дорогой, дороги двусторонние). Может ли путешественник объехать все города на машине?

**Задача 5.** Каждый из 142 студентов курса знаком не менее чем с 106 другими. Докажите, что среди них найдутся 4 студента, имеющие одинаковое число знакомых.

**Задача 6.** Существует ли многогранник с нечётным числом граней, все грани которого — многоугольники с нечётным числом сторон.

**Задача 7.** Какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа на 8 вершинах, чтобы в получившемся графе не было ни одного цикла?

**Задача 8.** Пусть  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $L_1 = (c \cup bc)^* \cdot d$ ,  $L_2 = (bb \cup da \cup cd) \cdot d^*$ . Построить диаграммы и конечные автоматы, задающие следующие языки:

- $L_1$ ;
- $L_2$ ;
- $CL_1$ ;
- $L_1 \cup L_2$ ;
- $L_2 \cdot L_1$ ;
- $(L_2)^*$ .

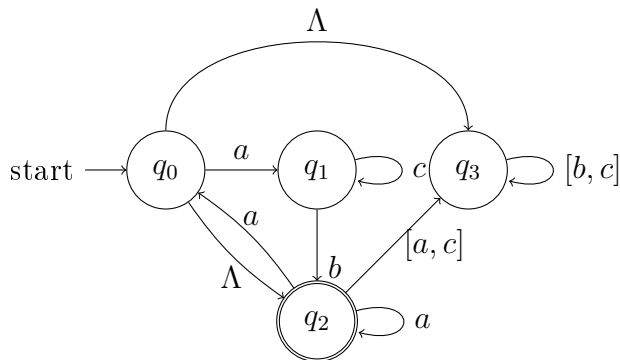
Для упрощения изображений (диаграмм) можно вводить обозначения для уже построенных диаграмм в предыдущих пунктах (но даже в этом случае надо обязательно указывать начальную и финальные вершины для этих диаграмм)

**Задача 9.** Пусть  $A = \{a, b\}$ ,  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ ,  $Q' = \{q_1, q_2\}$ , функция  $G : A \times Q \rightarrow Q$  задаётся следующим образом:

$$\begin{aligned} G(a, q_0) &= q_2; \\ G(b, q_0) &= q_2; \\ G(a, q_1) &= q_2; \\ G(b, q_1) &= q_3; \\ G(a, q_2) &= q_1; \\ G(b, q_2) &= q_3; \\ G(a, q_3) &= q_2; \\ G(b, q_3) &= q_1. \end{aligned}$$

Нарисовать диаграмму для автомата  $(A, Q, G, q_0, Q')$  и написать регулярное выражение для языка, представимого этим автоматом.

**Задача 10.** Язык задан диаграммой



Построить конечный автомат, который представляет тот же самый язык. Написать регулярное выражение для этого языка.

**Задача 11.** Пусть  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{0, 1\}$ . Привести пример распределения частот букв для алфавита  $A$ , при котором при кодировании его в алфавите  $B$  существует оптимальный код, содержащий однобуквенное слово и оптимальный код, не содержащий однобуквенного слова.

**Задача 12.** По каналу передавалось кодовое слово, построенное по методу Хэмминга. Ошибок не более одной. Могло ли придти следующее слово? Если да, то какое было исходное сообщение?

- 0101111101
- 1100111100
- 1010101010