НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.
Дискретная математика для лингвистов
Письменная домашняя работа №3
Фамилия и имя: ____________________
Вариант: Михайлович Аня

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Неориентированный граф $G = (V, E)$ задан множеством своих вершин

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

и множеством своих ребер

$$E = \{(v_1, v_3), (v_1, v_6), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_6), (v_4, v_5), (v_4, v_5), (v_5, v_6)\}.$$

a. Есть ли в графе G петли?
b. Есть ли в графе G кратные ребра?
c. Есть ли в графе G изолированные вершины?
d. Является ли граф G простым?
e. Является ли граф G полным?
f. Найдите степени всех вершин графа G.
g. Изобразите граф G на плоскости.

Задача 2. Существуют ли простые графы со следующими наборами степеней вершин? Ответы обосновать.
a. $(2, 3, 3, 3, 3, 4)$.
b. $(4, 4, 3, 3, 2, 2, 1)$.
c. $(2, 2, 3, 3, 3, 5, 7, 7)$.

Задача 3. Сколько попарно неизоморфных простых графов, содержащих 10 вершин и 41 ребро существует?

Задача 4. В далёком государстве 41 город, причём из каждого выходит не менее 186 автодорог, соединяющих с другими городами этого же государства (два города связаны не более чем одной дорогой, дороги двусторонние). Может ли путешественник объехать все города на машине?

Задача 5. Каждый из 151 студента курса знаком не менее чем с 113 другими. Докажите, что среди них найдутся 4 студентов, имеющие одинаковое число знакомых.

Задача 6. Существует ли многогранник с нечётным числом граней, все грани которого — многоугольники с нечётным числом сторон.

Задача 7. Какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа на 11 вершинах, чтобы в получившемся графе не было ни одного цикла?

Задача 8. Пусть $A = \{a, b, c, d\}$, $L_1 = (c \cup ca)^* \cdot c$, $L_2 = (bb \cup bd \cup dc) \cdot c^*$. Построить диаграммы и конечные автоматы, задающие следующие языки:

a. L_1;
b. L_2;
c. $\complement L_1$;
d. $L_1 \cup L_2$;
e. $L_2 \cdot L_1$;
f. $L_1 \cdot a \cup L_2 \cdot b \cdot L_1$;
g. $(L_2)^*$.

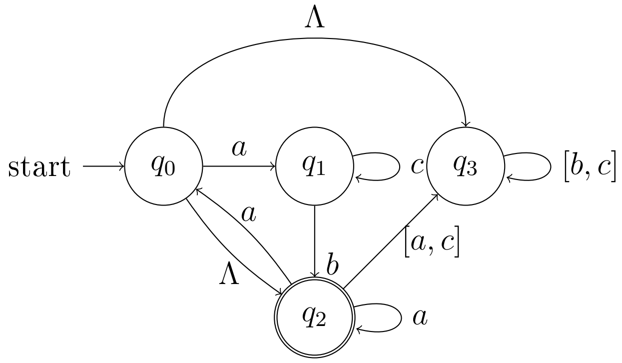
Для упрощения изображений (диаграмм) можно вводить обозначения для уже построенных диаграмм в предыдущих пунктах (но даже в этом случае надо обязательно указывать начальную и финальные вершины для этих диаграмм)

Задача 9. Пусть $A = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $Q' = \{q_1 \cup q_2\}$, функция $G : A \times Q \to Q$ задаётся следующим образом:

$$\begin{aligned} G(a, q_0) &= q_3; \\ G(b, q_0) &= q_2; \\ G(a, q_1) &= q_2; \\ G(b, q_1) &= q_0; \\ G(a, q_2) &= q_1; \\ G(b, q_2) &= q_3; \\ G(a, q_3) &= q_1; \\ G(b, q_3) &= q_0. \end{aligned}$$

Нарисовать диаграмму для автомата (A, Q, G, q_0, Q') и написать регулярное выражение для языка, представимого этим автоматом.

Задача 10. Язык задан диаграммой



Построить конечный автомат, который представляет тот же самый язык. Написать регулярное выражение для этого языка.

Задача 11. Пусть $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{0, 1\}$. Привести пример распределения частот букв для алфавита A, при котором при кодировании его в алфавите B существует оптимальный код, содержащий однобуквенное слово и оптимальный код, не содержащий однобуквенного слова.

Задача 12. По каналу передавалось кодовое слово, построенное по методу Хэмминга. Ошибок не более одной. Могло ли придти следующее слово? Если да, то какое было исходное сообщение?

a. 1100000011
b. 0111111000
c. 0001001110