

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №2

Фамилия и имя: \_\_\_\_\_

Вариант: Орехов Артём Игоревич

## Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

## Задание

**Задача 1.** На лекции присутствует 68 студентов. Каждый студент пытается угадать последовательность 4 чисел, выпавших при бросании кубика (последовательность выбрасывается одна на всех).

- Какая вероятность того, что отдельно взятый студент угадает последовательность?
- Какая вероятность того, что хотя бы один студент из аудитории угадает последовательность (студенты не договариваются)?
- Студенты сидят за партами по двое и могут как-то договариваться, чтобы увеличить вероятность отгадывания (при этом после согласования каждый говорит предположение от себя). Какая в этом случае вероятность, что хотя бы кто-то угадает?

**Задача 2.** Бука и Бяка придумали игру. На кубике написано 3 красных числа: 1, 14 и 28, и 3 синих числа, но поскольку кубик лежит на столе, то рассмотреть можно только два из них: 12 и 16. В каждый кон бросают кубик и смотрят, что выпало. Если выпало красное число, то Бука забирает у Бяки столько монеток, сколько выпало на верхней грани. Если выпало синее число, то Бяка забирает у Буки столько монеток, сколько выпало на верхней грани. Известно, что матожидание выигранной суммы у Бяки и у Буки одинаково.

- Чему равно матожидание выигрыша у Бяки и у Буки?
- Чему равно третье синее число?
- Чему равна дисперсия выигрыша у Бяки? у Буки?

**Задача 3.** Рассмотрим двуместный предикат  $P(x, y)$ , который обозначает, что  $x$  пьёт кофе в кофейне  $y$ . При этом  $x$  принимает значения из множества студентов первого курса школы лингвистики (обозначим его как  $L$ ), а  $y$  принимает значения из множества кофеен в окрестности (обозначим его как  $C$ ). Предикат  $M(x)$ , определённый на множестве  $M$  принимает значение 1 (истина) тогда и только тогда, когда студент является человеком мужского пола. Записать следующие утверждения, используя предикаты  $P(x, y)$ ,  $M(x)$  функции алгебры логики, кванторы существования и всеобщности и равенство « $=$ ».

- Нет кофеен, в которых никто не пьёт кофе.
- Есть пара студентов (без указания пола), которые пьют кофе в одной и той же кофейне.
- Есть пара студентов (без указания пола), которые пьют кофе в разных кофейнях.
- Есть студент (без указания пола), который не пьёт кофе в (этих) кофейнях.
- Есть кофейня, в которой пьют кофе только девушки.
- Кофейни, в которую бы ходили только юноши, нет.
- Есть кофейня, в которой пьют кофе все юноши.

**Задача 4.** Написать таблицу истинности для следующих функций.

- $x \& \bar{y} \vee \bar{x} \& y$ ;
- $(x \vee \bar{y}) \& (\bar{x} \vee y)$ .
- $x \oplus y \oplus z \oplus 1$  ( $\oplus$  — сложение по модулю 2, исключающее **ИЛИ**, **ХОР**)
- $x \oplus y \oplus x \& y$
- $(x \oplus (x \rightarrow y)) \rightarrow x$ .

Знаете ли вы более простые выражения для этих функций? Если да, то напишите их.

**Задача 5.** Сколькими способами можно расставить скобки в выражении  $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow u$  (не считая внешних скобок и скобок вокруг каждой отдельной переменной)? Для каждого способа написать таблицу истинности (удобно и наглядно делать единую таблицу для всех).

**Задача 6.** а. Сформулировать признаки делимости на 15 и 17 в 16-ичной системе счисления.

- Делится ли  $3\ 122\ 354\ 435\ 314\ 234\ 153\ 032\ 121_{16}$  на 15? Если не делится, то какой будет остаток от деления?
- Делится ли  $52\ 414\ 056\ 305\ 255\ 300_{16}$  на 17? Если не делится, то какой будет остаток от деления?

**Задача 7.** а. Найти такие числа  $a$  и  $b$ , что  $a \cdot 2211664 + b \cdot 4111875 = 1$  (или показать, что таких чисел нет).

- Найти такие многочлены  $P(x)$  и  $Q(x)$ , что  $P(x) \cdot (x^3 + 7x^2 + 21x + 22) + Q(x) \cdot (x^3 + 6x^2 + 21x + 26) = x + 2$  (или показать, что таких многочленов нет).

**Задача 8.** а. Найти наибольший общий делитель чисел 34343397 и 278952995.

- Найти наибольший общий делитель многочленов  $x^4 + 7x^3 + 5x^2 + 8x + 7$  и  $x^3 + 3x^2 + 8x + 8$ .

**Задача 9.** Преподаватель одного особо важного курса просыпается утром, собирается, идёт на электричку, едет на занятия, и иногда по пути покупает кофе (кофе иногда оказывается вкусным). Преподавателю удаётся выспаться с вероятностью  $\frac{1}{3}$ . Если преподаватель выспался, то на более раннюю электричку он успевает с вероятностью  $\frac{1}{7}$ , если не выспался, то с вероятностью  $\frac{2}{3}$ . Если преподаватель успевает на более раннюю электричку, то он покупает кофе с вероятностью  $\frac{4}{5}$ , если не успевает, то покупает только в том случае, если не выспался, да и то, только в половине случаев. В нужном месте продаётся вкусный кофе с вероятностью  $\frac{10}{11}$ . Преподаватель в хорошем настроении если он выспался или если он купил вкусный кофе. Пусть событие  $A$  — преподаватель выспался, событие  $B$  — успел на более раннюю электричку,  $C$  — купил кофе,  $D$  — в нужном месте продавали вкусный кофе.

- Написать функцию алгебры логики, зависящую от переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , которая принимает значение 1 (истина) тогда и только тогда, когда преподаватель в хорошем настроении.
- С какой вероятностью преподаватель успеет на электричку?
- С какой вероятностью преподаватель купит кофе?
- С какой вероятностью у преподавателя будет хорошее настроение?
- Известно, что преподаватель купил кофе. С какой вероятностью он успел на электричку?
- Известно, что преподаватель купил кофе. С какой вероятностью он выспался?