

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №2

Фамилия и имя: _____

Вариант: Батов Дмитрий Сергеевич

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. На лекции присутствует 72 студентов. Каждый студент пытается угадать последовательность 4 чисел, выпавших при бросании кубика (последовательность выбрасывается одна на всех).

- Какая вероятность того, что отдельно взятый студент угадает последовательность?
- Какая вероятность того, что хотя бы один студент из аудитории угадает последовательность (студенты не договариваются)?
- Студенты сидят за партами по двое и могут как-то договариваться, чтобы увеличить вероятность отгадывания (при этом после согласования каждый говорит предположение от себя). Какая в этом случае вероятность, что хотя бы кто-то угадает?

Задача 2. Бука и Бяка придумали игру. На кубике написано 3 красных числа: 1, 8 и 16, и 3 синих числа, но поскольку кубик лежит на столе, то рассмотреть можно только два из них: 7 и 10. В каждый кон бросают кубик и смотрят, что выпало. Если выпало красное число, то Бука забирает у Бяки столько монеток, сколько выпало на верхней грани. Если выпало синее число, то Бяка забирает у Буки столько монеток, сколько выпало на верхней грани. Известно, что матожидание выигранной суммы у Бяки и у Буки одинаково.

- Чему равно матожидание выигрыша у Бяки и у Буки?
- Чему равно третье синее число?
- Чему равна дисперсия выигрыша у Бяки? у Буки?

Задача 3. Рассмотрим двуместный предикат $P(x, y)$, который обозначает, что x пьёт кофе в кофейне y . При этом x принимает значения из множества студентов первого курса школы лингвистики (обозначим его как L), а y принимает значения из множества кофеен в окрестности (обозначим его как C). Предикат $M(x)$, определённый на множестве M принимает значение 1 (истина) тогда и только тогда, когда студент является человеком мужского пола. Записать следующие утверждения, используя предикаты $P(x, y)$, $M(x)$ функции алгебры логики, кванторы существования и всеобщности и равенство « $=$ ».

- Нет кофеен, в которых никто не пьёт кофе.
- Есть пара студентов (без указания пола), которые пьют кофе в одной и той же кофейне.
- Есть пара студентов (без указания пола), которые пьют кофе в разных кофейнях.
- Есть студент (без указания пола), который не пьёт кофе в (этих) кофейнях.
- Есть кофейня, в которой пьют кофе только девушки.
- Кофейни, в которую бы ходили только юноши, нет.
- Есть кофейня, в которой пьют кофе все юноши.

Задача 4. Написать таблицу истинности для следующих функций.

- $x \& \bar{y} \vee \bar{x} \& y$;
- $(x \vee \bar{y}) \& (\bar{x} \vee y)$.
- $x \oplus y \oplus z \oplus 1$ (\oplus — сложение по модулю 2, исключающее **ИЛИ**, **ХОР**)
- $x \oplus y \oplus x \& y$
- $(x \oplus (x \rightarrow y)) \rightarrow x$.

Знаете ли вы более простые выражения для этих функций? Если да, то напишите их.

Задача 5. Сколькими способами можно расставить скобки в выражении $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow u$ (не считая внешних скобок и скобок вокруг каждой отдельной переменной)? Для каждого способа написать таблицу истинности (удобно и наглядно делать единую таблицу для всех).

Задача 6. а. Сформулировать признаки делимости на 11 и 13 в 12-ичной системе счисления.

- Делится ли $5\ 124\ 352\ 435\ 314\ 334\ 153\ 032\ 145_{12}$ на 11? Если не делится, то какой будет остаток от деления?
- Делится ли $52\ 415\ 256\ 345\ 252\ 355_{12}$ на 13? Если не делится, то какой будет остаток от деления?

Задача 7. а. Найти такие числа a и b , что $a \cdot 43624 + b \cdot 1663875 = 1$ (или показать, что таких чисел нет).

- Найти такие многочлены $P(x)$ и $Q(x)$, что $P(x) \cdot (x^3 + 6x^2 + 20x + 33) + Q(x) \cdot (x^3 + 8x^2 + 20x + 15) = x + 3$ (или показать, что таких многочленов нет).

Задача 8. а. Найти наибольший общий делитель чисел 37600833 и 665927135.

- Найти наибольший общий делитель многочленов $x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 5x + 5$ и $x^3 + 8x^2 + 2x + 1$.

Задача 9. Преподаватель одного особо важного курса просыпается утром, собирается, идёт на электричку, едет на занятия, и иногда по пути покупает кофе (кофе иногда оказывается вкусным). Преподавателю удаётся выспаться с вероятностью $\frac{1}{3}$. Если преподаватель выспался, то на более раннюю электричку он успеет с вероятностью $\frac{1}{7}$, если не выспался, то с вероятностью $\frac{1}{2}$. Если преподаватель успеет на более раннюю электричку, то он покупает кофе с вероятностью $\frac{7}{8}$, если не успеет, то покупает только в том случае, если не выспался, да и то, только в половине случаев. В нужном месте продаётся вкусный кофе с вероятностью $\frac{6}{7}$. Преподаватель в хорошем настроении если он выспался или если он купил вкусный кофе. Пусть событие A — преподаватель выспался, событие B — успел на более раннюю электричку, C — купил кофе, D — в нужном месте продавали вкусный кофе.

- Написать функцию алгебры логики, зависящую от переменных A , B , C и D , которая принимает значение 1 (истина) тогда и только тогда, когда преподаватель в хорошем настроении.
- С какой вероятностью преподаватель успеет на электричку?
- С какой вероятностью преподаватель купит кофе?
- С какой вероятностью у преподавателя будет хорошее настроение?
- Известно, что преподаватель купил кофе. С какой вероятностью он успел на электричку?
- Известно, что преподаватель купил кофе. С какой вероятностью он выспался?