

НИУ ВШЭ, Факультет гуманитарных наук, 2017-18 уч. год.

Дискретная математика для лингвистов

Письменная домашняя работа №1

Фамилия и имя: _____

Вариант: Афлатунова Александра Игоревна

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Пусть $|A| = 14$, $|B| = 7$. Какое значение может принимать мощность множеств $|A \cup B|$, $|A \cap B|$, $|A \setminus B|$, $|A \Delta B|$?

Задача 2. Лексикон младенца Наталии устроен следующим образом.

- Наталия умеет произносить гласные А, О, Ы, Я и согласные Б, В, Г, Д, Л, М, Н, П, Т, а ещё она умеет произносить «Р-Р-Р», но отдельно от всего остального.
- Слово не может содержать более двух различных гласных и более двух различных согласных, более двух различных слогов (гласная считается слогом)
- В слове не может быть две (и более) согласных подряд.
- Одинаковые слоги могут быть только в конце слова и только подряд (например, слова «мапамапа» нет).
- Если в слове больше двух одинаковых слогов, то оно является синонимом слова, в котором убраны третий и последующие повторяющиеся слоги.

Оцените лексикон младенца Наталии:

- Сколько слов длины 6 в лексиконе Наталии?
- Сколько слов, содержащих ровно одну букву О в лексиконе Наталии?
- Сколько слов, содержащих одну (возможно, повторяющуюся) гласную в лексиконе Наталии?
- Какой длины самое длинное слово в лексиконе Наталии (из нескольких синонимов выбирается самое короткое)?
- Сколько различных по смыслу слов в лексиконе Наталии?

При составлении задачи младенец Наталия находилась рядом и подтверждала всё своими словами.

Задача 3. Существуют ли такие множества A, B, C , что

$$A \cap B \neq \emptyset, \quad A \cap C = \emptyset, \quad (A \cap B) \setminus C = \emptyset?$$

Если да, приведите какой-нибудь пример. Если нет, докажите, почему.

Задача 4. Даны множества.

A : Множество нечетных чисел, не превосходящих 44.

B : Множество корней уравнения $x^2 = 4$.

C : $\{\emptyset\}$.

D : Множество студентов первого курса школы лингвистики, посещающих курс дискретной математики.

E : Множество натуральных чисел, заканчивающихся на 0,2,4,6,8.

F : Множество чисел a , удовлетворяющих равенству $a^4 - 16 = 0$.

G : Множество натуральных чисел b , удовлетворяющих равенству $b^2 + 4 = 0$.

H : $\{1, 2, 5, 9, 11\}$.

Найти равные множества. Найти пары множеств, в которых одно является подмножеством другого. Найти все подмножества множества H .

Задача 5. Доказать неравенство (всё решение, включая необходимые подсчёты, должны быть приведены в работе)

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2016}} > \sqrt{2016}$$

Задача 6. В выражении $(5 + a + b)^{13}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Какие коэффициенты будут при следующих слагаемых?

a. a^6b^7 ;

b. a^5b^6 ;

c. b^2 ?

Задача 7. Переменчивая девочка Ира любит одевать то кофточку и брючки, то платье и колготки. В шкафу у Ирины 5 платьев, 10 колготок, 9 кофточек и 8 брючек. Ирина чередует: день платье с колготками, день кофточка с брючками.

- Сколько дней Ирина может одеваться по своим правилам так, чтобы каждый день был новый комплект?
- Какое минимальное число элементов одежды нужно докупить, так, чтобы период «каждый день разный комплект» увеличился втрое?
- Внезапно Ирина осознала, что её любимый зелёный цвет должен обязательно присутствовать в одежде. Сколько в этом случае дней можно одеваться по-разному, если у неё 1 зелёных платьев, 5 зелёных колготок, 5 зелёных кофточек, 5 зелёных штанишек.

Задача 8. Найти количество слов длины 7 в русском алфавите, в которых буквы идут в алфавитном порядке (например, *агду, пргя, аря*).

Задача 9. Сколькими способами можно начинить 15 блинов, если имеется 6 начинок (каждый блин должен быть с начинкой) если

- сначала пустые блины раздали 15 гостям, а потом гости их сами начиняют;
- сначала пустые блины раздали 15 гостям, а потом гости их сами начиняют, при этом каждая начинка используется хотя бы одним гостем;
- блины наполняются на кухне, до раздачи гостям;
- блины наполняются на кухне, до раздачи гостям, при этом каждая начинка используется хотя бы один раз;
- блины разложили по 6 тарелкам, так, что в каждой тарелке блины будут с одинаковой начинкой, но пока решили не начинять (т.е. важно только то, как их по тарелкам разложили);
- блины разложили по 6 тарелкам, так, что в каждой тарелке блины будут с одинаковой начинкой, но пока решили не начинять (т.е. важно только то, как их по тарелкам разложили), при этом у пустых тарелок нет.

Задача 10. Для любого числа квадратов доказать, что они могут быть разрезаны так, чтобы из получившихся частей можно было сложить квадрат.

Задача 11. Старший брат Миша получил 9 разных пирожных. Он их делит между собой и своими двумя сёстрами. Сколькими способами он может поделить, если младенцу Наталии достаточно 3 пирожных, а с Ириной надо поделиться поровну?