

ФИО, группа: _____.

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается. Можно использовать собственноручно изготовленный лист формата А4, на котором можно записать что угодно.

Строго запрещено:

- переговариваться (с любой целью),
- пользоваться устройствами связи (с любой целью — например, в качестве калькулятора).
- списывать (за исключением использования листа А4).

Нарушение любого из этих пунктов влечет удаление с контрольной работы.

Желаем удачи!

Задача 1. Найти все решения уравнения $\dot{x} = \sqrt[3]{x^2}$ с начальным условием $x(-3) = -64$, если они существуют.

Ответ:

Задача 2. Найти все решения уравнения $\dot{x} = 16t^2 + 8tx + x^2 - 4$ с начальным условием $x(1) = -4$, если они существуют.

Ответ:

Задача 3. Найти все значения параметра s , при которых система

$$\dot{x} = 5y, \quad \dot{y} = sx$$

имеет непостоянные периодические траектории. Для каждого из этих значений s записать уравнение фазовых кривых, соответствующих периодическим решениям.

Ответ:

Задача 4. Рассмотрим систему

$$\dot{x} = -x(x + y - 3), \quad \dot{y} = y(x + y - 3). \quad (1)$$

- а. Построить её фазовый портрет. Отметить все положения равновесия. На фазовом портрете нарисовать траектории, проходящие через точки $(1, 1)$ и $(1/2, 3)$ (это две разные траектории). Не забудьте на всех траекториях указать направление движения.

- в. Для решения $\varphi(t) = (x(t), y(t))$ с начальным условием $x(0) = 10, y(0) = -1$ найти $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t)$ и $\lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(t)$.

Ответ:

Задача 5. Найти такую функцию $f(x, y)$ (быть может, стремящуюся к бесконечности в некоторых точках), что интегральные кривые уравнения $y' = f(x, y)$ лежат на линиях уровня функции

$$F(x, y) = 4e^{-4x^4+2y^3+2e^x+2\sin(y)} + 4e^{-2x^4+y^3+e^x+\sin(y)} + 3.$$

Ответ:

Задача 6. Найти все начальные условия (x_0, y_0, z_0) , при которых решение системы

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -2x, \quad \dot{z} = \sin 8z.$$

является периодическим.

Ответ:

Задача 7. Найти все значения параметра $\alpha \in \mathbb{R}$, при которых существует непостоянное, но равномерно ограниченное (по всем t) решение уравнения

$$\ddot{x} = -x^2 + 18x + \alpha.$$

Ответ: