

# Домашнее задание №3.

Лукибанов Илья

16 мая 2016 г.

## Задача 1.

$$y' = y(5x^4 + \cos(x)) + (-15x^4 + e^x)e^{x^5+\sin(x)}$$

Заметим, что первое слагаемое в правой части линейно по  $y$ , поэтому можем использовать метод вариации постоянных:

$$\frac{dy}{dx} = y(5x^4 + \cos(x)) \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int 5x^4 + \cos(x) dx \Rightarrow$$

$$\ln|y| = x^5 + \sin(x) + C(x) \Rightarrow |y| = e^{C(x)}e^{x^5+\sin(x)} \Rightarrow y = C(x)e^{x^5+\sin(x)}$$

Ноль не запрещен в изначальном уравнении, поэтому вернули его в решение. Продифференцируем:

$$y' = C'(x)e^{x^5+\sin(x)} + C(x)(5x^4 + \cos(x))e^{x^5+\sin(x)}$$

Подставим константу и приравняем  $y$  изначальному уравнению:

$$y(5x^4 + \cos(x)) + (-15x^4 + e^x)e^{x^5+\sin(x)} = C'(x)e^{x^5+\sin(x)} + y(5x^4 + \cos(x)) \Rightarrow \\ (C'(x) + 15x^4 - e^x)e^{x^5+\sin(x)} = 0$$

Второй множитель всегда положительный, поэтому нужно приравнять первый к нулю:

$$C'(x) = -15x^4 + e^x \Rightarrow C(x) = -3x^5 + e^x + C_1 \Rightarrow$$

$$y = (-3x^5 + e^x + C)e^{x^5+\sin(x)}$$

## Задача 2.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

a. Построим характеристический многочлен:  $-\lambda(6 - \lambda) + 10 = \lambda^2 - 6\lambda + 10 = 0$

Собственные значения:  $\lambda_1 = 3 - i$ ,  $\lambda_2 = 3 + i$

$$\begin{pmatrix} -3+i & 2 \\ -5 & 3+i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} 3+i \\ 5 \end{pmatrix}$$

b. В пункте а) мы нашли оба собственных числа и видно, что  $\lambda_1 = \bar{\lambda}_2$ . Найдем собственный вектор для  $\lambda_2$ :

$$\begin{pmatrix} -3-i & 2 \\ -5 & 3-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 3-i \\ 5 \end{pmatrix}$$

Видно, что  $v = \bar{u}$  (вторая координата остается такой же (не комплексная), а первая комплексно сопрягается - изменяется знак)

c.  $\Re v = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}; -\Im v = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = C^{-1} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = C^{-1} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C^{-1} A C \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ -1 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

d.  $\dot{z} = (3 - i)z$ , пусть  $z = q + ir$ , тогда  $\dot{q} + i\dot{r} = (3 - i)(q + ir) \Rightarrow$

$$\begin{cases} \dot{q} = 3q + r \\ \dot{r} = -q + 3r \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix}$$

e. Видно, что матрицы получились одинаковые.

f.

$$z(t) = z_0 e^{(3-i)t} = e^{3t} e^{-it} z_0 = e^{3t} e^{-ir} (q_0 + ir_0)$$

g.

$$\Re(z(t)) = \Re((q_0 + ir_0)e^{3t}(\cos(-t) + i\sin(-t))) = e^{3t}(q_0 \cos(-t) - r_0 \sin(-t)) = q(t)$$

$$\Im(z(t)) = \Im((q_0 + ir_0)e^{3t}(\cos(-t) + i\sin(-t))) = e^{3t}(q_0 \sin(-t) + r_0 \cos(-t)) = r(t)$$

h. Так как матрицы в с) и д) одинаковые, поэтому будут одинаковые решения:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = e^{3t} \begin{pmatrix} \cos(-t) & -\sin(-t) \\ \sin(-t) & \cos(-t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix}$$

i.  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} e^{3t} \begin{pmatrix} \cos(-t) & -\sin(-t) \\ \sin(-t) & \cos(-t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} =$

$$e^{3t} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-t) & -\sin(-t) \\ \sin(-t) & \cos(-t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ -1 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} =$$

$$e^{3t} \begin{pmatrix} \cos(-t) + 3\sin(-t) & -2\sin(-t) \\ 5\sin(-t) & \cos(-t) - 3\sin(-t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

j. Подставим в исходное уравнение получившееся собственное число и собственный вектор:  $C_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + C_2 e^{3t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Заметим, что если переписать уравнение из пункта

i:  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} e^{3t} \begin{pmatrix} \cos(-t) & -\sin(-t) \\ \sin(-t) & \cos(-t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} = e^{3t} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = ae^{3t} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} +$   
 $be^{3t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = C_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + C_2 e^{3t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , что и требовалось показать.

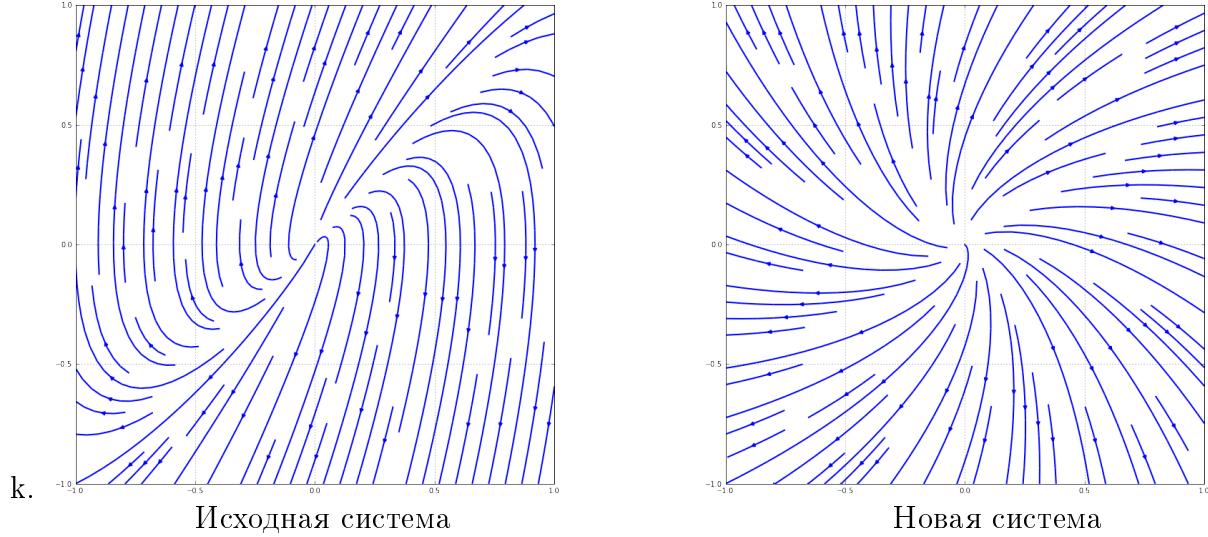


Рис. 1: Фазовые портреты систем задачи 2.

### Задача 3.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Видим, что система уже представлена в виде Жордановой клетки.

a. Найдем матричную экспоненту:

$$z(t) = e^{At} z_0 = \exp \left( \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} t \right) z_0 = \exp \left( \begin{pmatrix} 7t & 0 \\ 0 & 7t \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{1!} \begin{pmatrix} 0 & t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] z_0 = \right. \\ \left. e^{7t} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z_0 = \begin{pmatrix} e^{7t} & te^{7t} \\ 0 & e^{7t} \end{pmatrix} z_0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{7t} & te^{7t} \\ 0 & e^{7t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \right)$$

b. Рассмотрим пределы:

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t}{e^{-7t}} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{-7e^{-7t}} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^{7t} x_0 + te^{7t} y_0 = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^{7t} y_0 = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{e^{7t} x_0 + te^{7t} y_0}{e^{7t} y_0} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{x_0 + ty_0}{y_0} = -\infty$$

Все траектории стремятся к точке  $(0,0)$  в обратном времени (так как для всех начальных условий пределы нулевые). Так как предел этого отношения минус бесконечность, то все траектории будут прижиматься к оси  $Ox$ , когда будут подходить к особой точке: так как удаленность от иксовой оси намного меньше, чем от игрековой.

с. Смотри рисунок 2.

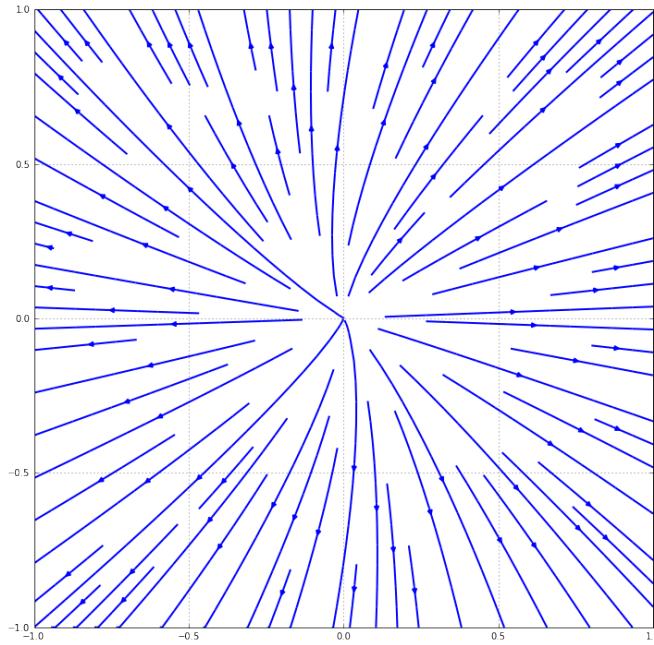


Рис. 2: Фазовый портрет системы из задачи 3.

## Задача 4.

а.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -12 \\ 8 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Характеристический многочлен:  $(13-\lambda)(-7-\lambda)+96 = \lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 1$

Собственные вектора:

$$\lambda_1 : \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 : \begin{pmatrix} 12 & -12 \\ 8 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

В новом базисе, составленном из собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{5t} & 0 \\ 0 & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ r_0 \end{pmatrix}$$

Перейдем в старый базис:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{5t} & 0 \\ 0 & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3e^{5t} - 2e^t & 3e^t - 3e^{5t} \\ 2e^{5t} - 2e^t & 3e^t - 2e^{5t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

Так как существуют два положительных вещественных собственных значения и они разные, то это узел (отталкивающий)

b.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -13 \\ 5 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Характеристический многочлен:  $(4 - \lambda)(-12 - \lambda) + 65 = \lambda^2 + 8\lambda + 17 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -4 + i, \lambda_2 = -4 - i$

Собственный вектор:

$$\lambda_1 : \begin{pmatrix} 8-i & -13 \\ 5 & -8-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} 8+i \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\dot{z} = (-4 + i)z \Rightarrow z(t) = z_0 e^{(-4+i)t} = e^{-4t} e^{it} z_0$$

$$\Re(z(t)) = e^{-4t}(q_0 \cos(t) - r_0 \sin(t)) = q(t)$$

$$\Im(z(t)) = e^{-4t}(q_0 \sin(t) + r_0 \cos(t)) = r(t)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = e^{-4t} \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(t) & -\sin(t) \\ \sin(t) & \cos(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ 1 & -8/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} =$$

$$e^{-4t} \begin{pmatrix} \cos(t) - 8\sin(t) & 13\sin(t) \\ -5\sin(t) & \cos(t) + 8\sin(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

Получили комплексные ненулевые собственные значения, поэтому особая точка – это фокус (притягивающий).

c.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Распишем матричную экспоненту:

$$z(t) = e^{At} z_0 = \exp \left( \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} t \right) z_0 = \exp \left( \begin{pmatrix} 3t & 0 \\ 0 & 3t \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{1!} \begin{pmatrix} 0 & -2t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \right) z_0 =$$

$$e^{3t} \begin{pmatrix} 1 & -2t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} z_0 = \begin{pmatrix} e^{3t} & -2te^{3t} \\ 0 & e^{3t} \end{pmatrix} z_0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{3t} & -2te^{3t} \\ 0 & e^{3t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

Так как одно собственное значение, и матрица не диагональна, то особая точка – вырожденный узел (отталкивающий).

d.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -18 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Видно, что матрица вырожденная, поэтому особой точки не будет. Характеристический многочлен:  $(6 - \lambda)(-9 - \lambda) + 54 = \lambda^2 + 3\lambda = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = -3$

$$\lambda_1 : \begin{pmatrix} 6 & -18 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 : \begin{pmatrix} 9 & -18 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

В новом базисе, составленном из собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ r_0 \end{pmatrix}$$

Перейдем в старый базис:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2e^{-3t} & 6e^{-3t} \\ -e^{-3t} & 3e^{-3t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

e.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -18 \\ 12 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Характеристический многочлен:  $(-14 - \lambda)(16 - \lambda) + 216 = \lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -2, \lambda_2 = 4$

Собственные векторы:

$$\lambda_1 : \begin{pmatrix} -12 & -18 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 : \begin{pmatrix} -18 & -18 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

В новом базисе, составленном из собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & e^{4t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ r_0 \end{pmatrix}$$

Перейдем в старый базис:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & e^{4t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3e^{-2t} - 2e^{4t} & 3e^{-2t} - 3e^{4t} \\ 2e^{4t} - 2e^{-2t} & 3e^{4t} - 2e^{-2t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

Получили два вещественных собственных значения различных знаков, поэтому особыя точка – седло.

## Задача 5.

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Данная матрица уже представлена в Жордановом виде, поэтому каждое из трех подпространств независимо друг от друга, можем расписать как сумму нильпотентных и с элементами на диагонали матриц. После этого можем расписать матричную экспоненту:

$$z(t) = \begin{pmatrix} e^{-7t} & te^{-7t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-7t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-2t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^t & te^t & t^2 e^t / 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^t & te^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^t \end{pmatrix} z_0$$

Вычисления тривиальны и аналогичны с третьей задачей, но так как тут большие матрицы, поэтому не будем их приводить.

## Задача 6.

$$\dot{x} = \sin x + e^y - 1, \quad \dot{y} = \sin(x - y)$$

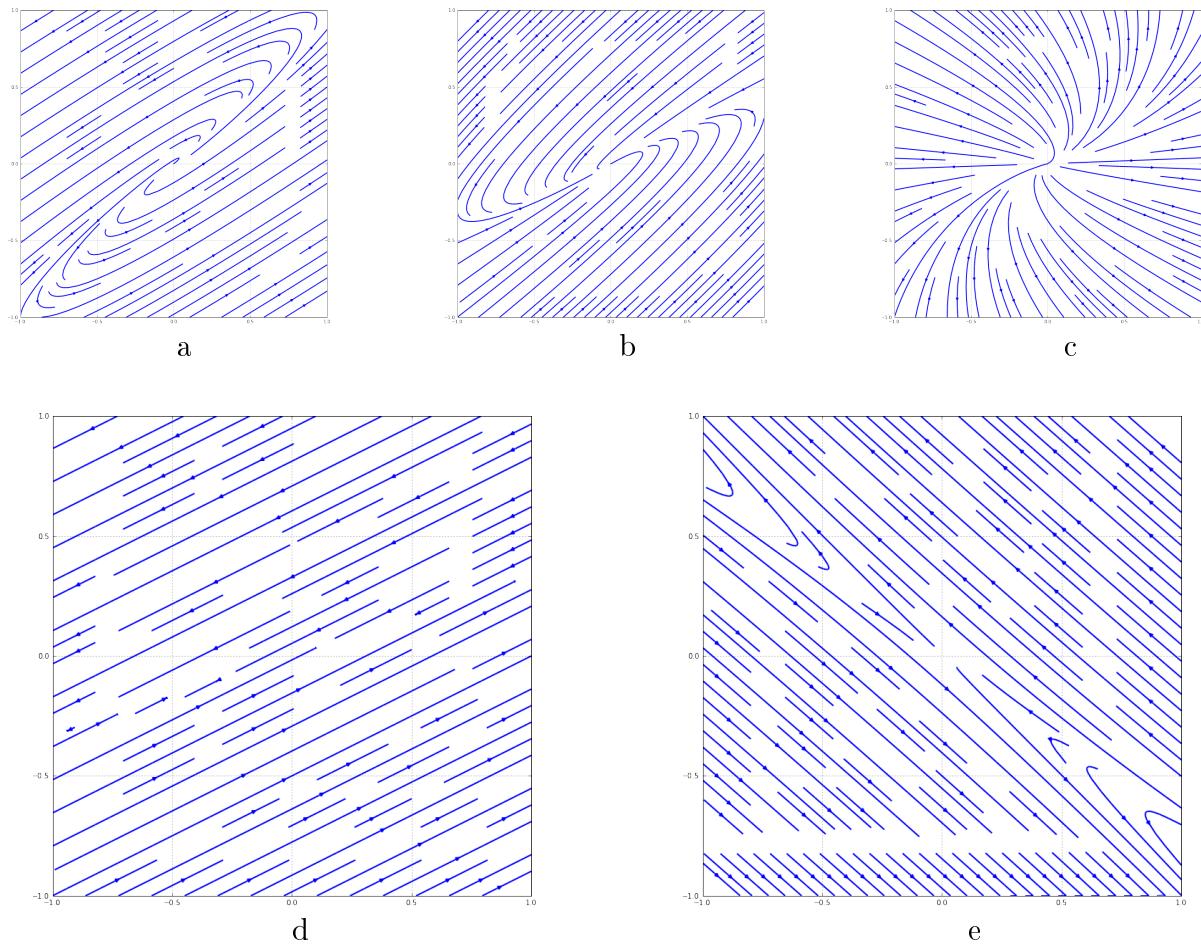


Рис. 3: Фазовые портреты систем задачи 4.

- a. Смотри рисунок 4.
- b. Запишем матрицу Якоби:
- $$\begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial x}(0,0) & \frac{\partial \dot{x}}{\partial y}(0,0) \\ \frac{\partial \dot{y}}{\partial x}(0,0) & \frac{\partial \dot{y}}{\partial y}(0,0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(0) & e^0 \\ \cos(0) & -\cos(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$
- $$\begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
- c. Смотри рисунок 4. Видно, что около точки  $(0,0)$  линеаризация хорошо приближает исходную нелинейную систему, но если отойти достаточно далеко, то фазовые портреты могут различаться очень сильно.
- d. Значение  $y$  соответствующее сепаратриссе лежит в отрезке:  $(1.62422851375, 1.624243161875)$ . На рисунке 5 можно увидеть, что нижняя грань (на рисунке соответствует зеленой линии) уходит вниз, а верхняя (на рисунке соответствует синей линии) уходит вверх, нам нужно найти с точностью до четырех знаков, поэтому  $y \approx 1.6242$ . Данные отрезки получены наблюдением из рисунка 4 о том, что сепаратрисса лежит внутри

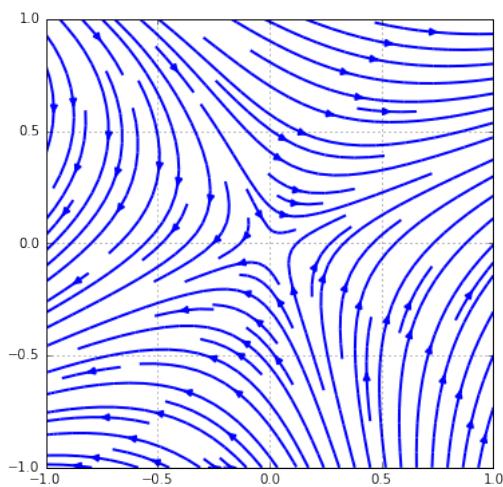
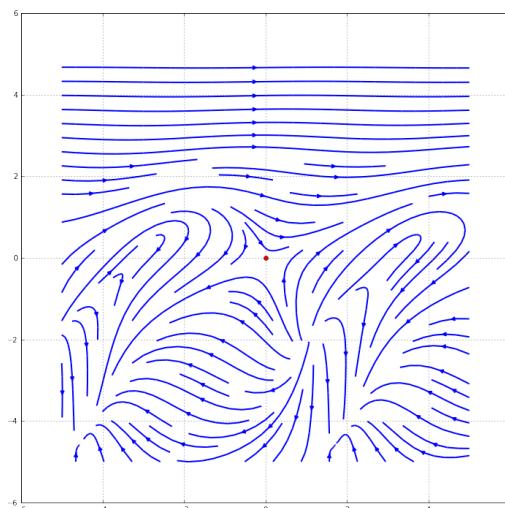
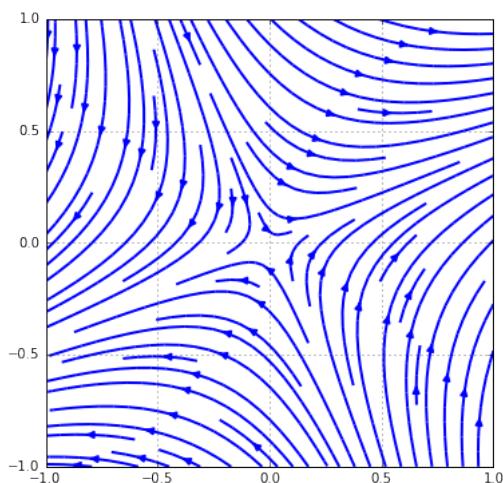
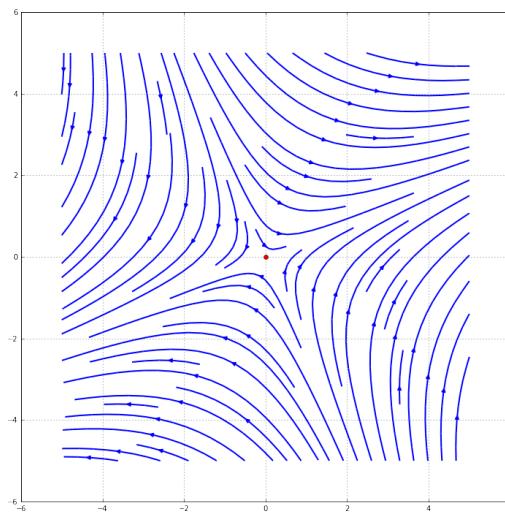
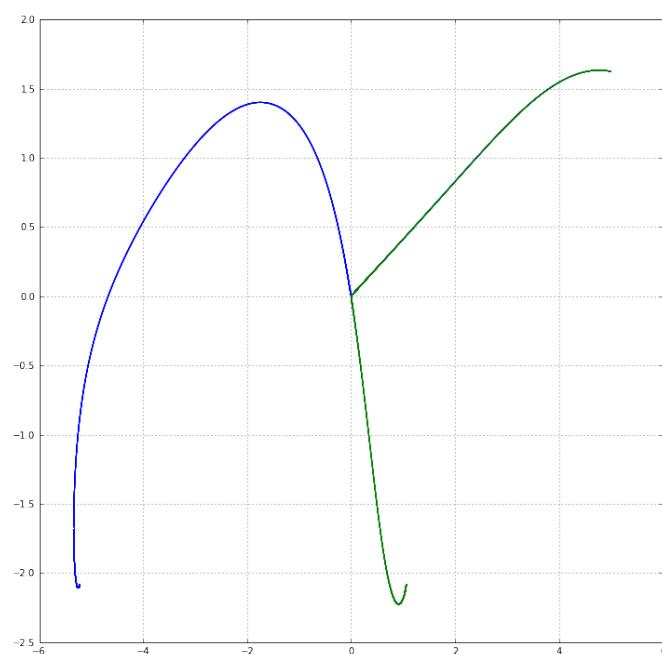
Изначальная система на  $[-1,1] \times [-1,1]$ Изначальная система на  $[-5,5] \times [-5,5]$ Линеаризация на  $[-1,1] \times [-1,1]$ Линеаризация на  $[-5,5] \times [-5,5]$ 

Рис. 4: Фазовые портреты системы из задачи 6.

(1.5, 1.8), а затем двоичным поиском внутри этих границ с помощью скрипта, который находится в прикрепленном блокноте (строит линии идущие из точки  $(5, y_0)$ ).

- Нижняя и верхние грани подходят к точкам  $(-5.218423928123187, -2.0768312745336153)$ ,  $(1.0647613790568264, -2.076831274533189)$  - после 100,000 (ста тысяч) итераций. Нужно в изначальной программе изменить максимальное время, так как там стоит 5,000 для более быстрого построения.

Рис. 5: Линии, выходящие из точек  $(5, y_0)$