

Домашнее Задание 5. Методы интегрирования

Математический анализ-2, СБ ВШЭ-РЭШ

Deadline: 9.12.2013

Это домашнее задание устроено следующим образом: Каждому методу интегрирования посвящен раздел, состоящий из объяснений и при необходимости примеров.

Пользоваться чем-либо, кроме своей головы и стандартной таблицы интегралов (которую уже хорошо бы знать) при решении этого домашнего задания нельзя. В частности, нельзя пользоваться компьютерными программами вроде *Mathematica*, *Sagemath*, *Maple*, *Wolfram Alpha*, *Maxima* и т. д. В некоторых задачах итогового экзамена будет необходимо найти интеграл, пользуясь этими методами.

Все замены и переходы должны быть ясно восстанавливаемы из Вашего текста.

Замена переменной или подведение под знак дифференциала (Stewart, 5.3)

Задача 1. *Вычислите следующие интегралы*

a. $\int \frac{2u^2}{u^6 + 1} du;$

b. $\int 5^{3u+2} du;$

c. $\int \frac{1}{(u+1)\log^2(u+1)} du.$

Интегрирование по частям (Stewart, 7.1)

Задача 2. *Вычислите следующие неопределенные интегралы:*

a. $\int (t - 5) \cos(4t) dt;$

b. $\int 3^t \cos(5t) dt$;

Задача 3. Дана функция f , такая что $f(-1) = -1$, $f(0) = 0$, $f'(-1) = 0$, $f'(0) = 1$ и $f \in C^2$, то есть f дважды дифференцируемая и вторая производная непрерывна. Найдите $\int_{-1}^0 y f''(y) dy$.

Тригонометрические интегралы (Stewart, 7.2)

Задача 4. a. $\int \sin^3(x) \cos^6(x) dx$;

Тригонометрические замены (Stewart, 7.3)

Задача 5. Вычислите следующие интегралы, используя тригонометрические замены

a. $\int \frac{x^2}{\sqrt{-x^2+1}} dx$;

b. $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{x^2+1} dx$;

Задача 6. Парабола $y = 0.5x^2$ делит круг, заданный уравнением $x^2 + y^2 \leq 8$, на две части. Найдите площади этих частей.

Разное

Пользуясь изученными техниками, вычислите следующие интегралы:

Задача 7. a. $\int a \sin^2(4x) dx$;

b. $\int \cos^2(\log(x)) dx$;

c. $\int x^2 e^{2x} dx$;

d. $\int \sqrt{3 \cos^2(x) + 1} \sin(2x) dx$;