**НИУ ВШЭ, Факультет прикладной политологии, 2013—14 уч. год.**
**Теория игр (4 курс бакалавриата)**
**Письменная домашняя работа №2**
Фамилия и имя: ______________________________
**Вариант: Дагаев Дима**

## Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

## Задание

Для задач 1-3 ответьте на следующие вопросы:
Существуют ли у какого-либо из игроков:
а) строго доминирующие стратегии?
б) слабо доминирующие стратегии?
в) строго доминируемые стратегии?
г) слабо доминируемые стратегии?
Если да, то укажите их.

Существует ли в приведенной игре
д) равновесие в строго доминирующих стратегиях?
е) равновесие в слабо доминирующих стратегиях?
ж) равновесие, получаемое исключением строго доминируемых стратегий?
з) равновесие, получаемое исключением слабо доминируемых стратегий?
и) равновесие Нэша?
Если да, то укажите их.

**Задача 1.** Матрица игры:

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[-1, 8]$ | $[3, 7]$ | $[3, 7]$ | $[-1, 10]$ | $[0, 12]$ |
| $s_2$ | $[2, 2]$ | $[-2, 4]$ | $[1, 0]$ | $[-5, 2]$ | $[5, 6]$ |
| $s_3$ | $[14, -6]$ | $[10, -6]$ | $[4, 0]$ | $[-9, 1]$ | $[1, -3]$ |
| $s_4$ | $[14, 4]$ | $[7, 11]$ | $[1, 13]$ | $[-11, 7]$ | $[-2, 6]$ |
| $s_5$ | $[2, -8]$ | $[0, 13]$ | $[10, -4]$ | $[-4, -2]$ | $[-1, -4]$ |

Запланированный порядок исключения: [2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1]

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[-1, 8]$ | $[3, 7]$ | $[3, 7]$ | $[-1, 10]$ | $[0, 12]$ |
| $s_2$ | $[2, 2]$ | $[-2, 4]$ | $[1, 0]$ | $[-5, 2]$ | $[5, 6]$ |
| $s_3$ | $[14, -6]$ | $[10, -6]$ | $[4, 0]$ | $[-9, 1]$ | $[1, -3]$ |
| $s_4$ | $[14, 4]$ | $[7, 11]$ | $[1, 13]$ | $[-11, 7]$ | $[-2, 6]$ |
| $s_5$ | $[2, -8]$ | $[0, 13]$ | $[10, -4]$ | $[-4, -2]$ | $[-1, -4]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для второго игрока: $t_1$

| | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[3,7]$ | $[3,7]$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-2,4]$ | $[1,0]$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |
| $s_3$ | $[10,-6]$ | $[4,0]$ | $[-9,1]$ | $[1,-3]$ |
| $s_4$ | $[7,11]$ | $[1,13]$ | $[-11,7]$ | $[-2,6]$ |
| $s_5$ | $[0,13]$ | $[10,-4]$ | $[-4,-2]$ | $[-1,-4]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для первого игрока: $s_4$

| | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[3,7]$ | $[3,7]$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-2,4]$ | $[1,0]$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |
| $s_3$ | $[10,-6]$ | $[4,0]$ | $[-9,1]$ | $[1,-3]$ |
| $s_5$ | $[0,13]$ | $[10,-4]$ | $[-4,-2]$ | $[-1,-4]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для второго игрока: $t_3$

| | $t_2$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[3,7]$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-2,4]$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |
| $s_3$ | $[10,-6]$ | $[-9,1]$ | $[1,-3]$ |
| $s_5$ | $[0,13]$ | $[-4,-2]$ | $[-1,-4]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для первого игрока: $s_5$

| | $t_2$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[3,7]$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-2,4]$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |
| $s_3$ | $[10,-6]$ | $[-9,1]$ | $[1,-3]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для второго игрока: $t_2$

| | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|
| $s_1$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |
| $s_3$ | $[-9,1]$ | $[1,-3]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для первого игрока: $s_3$

| | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|
| $s_1$ | $[-1,10]$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[-5,2]$ | $[5,6]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для второго игрока: $t_4$

| | $t_5$ |
|---|---|
| $s_1$ | $[0,12]$ |
| $s_2$ | $[5,6]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Для первого игрока: $s_1$

| | $t_5$ |
|---|---|
| $s_2$ | $[5,6]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Доминируемых стратегий нет.

**Задача 2.** Матрица игры:

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[4,6]$ | $[9,12]$ | $[2,6]$ | $[7,12]$ | $[10,12]$ |
| $s_2$ | $[4,10]$ | $[3,9]$ | $[-1,10]$ | $[7,13]$ | $[8,9]$ |
| $s_3$ | $[13,8]$ | $[2,8]$ | $[-4,8]$ | $[7,8]$ | $[-5,8]$ |
| $s_4$ | $[4,8]$ | $[9,-5]$ | $[-5,8]$ | $[7,-2]$ | $[10,-3]$ |
| $s_5$ | $[4,28]$ | $[3,28]$ | $[4,28]$ | $[7,28]$ | $[1,28]$ |

Запланированный порядок исключения: [2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1]

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | $[4, 6]$ | $[9, 12]$ | $[2, 6]$ | $[7, 12]$ | $[10, 12]$ |
| $s_2$ | $[4, 10]$ | $[3, 9]$ | $[-1, 10]$ | $[7, 13]$ | $[8, 9]$ |
| $s_3$ | $[13, 8]$ | $[2, 8]$ | $[-4, 8]$ | $[7, 8]$ | $[-5, 8]$ |
| $s_4$ | $[4, 8]$ | $[9, -5]$ | $[-5, 8]$ | $[7, -2]$ | $[10, -3]$ |
| $s_5$ | $[4, 28]$ | $[3, 28]$ | $[4, 28]$ | $[7, 28]$ | $[1, 28]$ |

Следующие стратегии являются доминируемыми: Доминируемых стратегий нет.

**Задача 3.** Матрица игры:

| | $t_0$ | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ |
|---|---|---|---|---|
| $s_0$ | $[2, -8]$ | $[10, 9]$ | $[7, -7]$ | $[-5, -7]$ |
| $s_1$ | $[0, 2]$ | $[-6, 10]$ | $[9, -3]$ | $[1, -3]$ |
| $s_2$ | $[6, 10]$ | $[-3, 0]$ | $[-3, 1]$ | $[9, -2]$ |

$NE = \{[(0, 1), (2, 0)]\}$

**Задача 4.** Найдется ли такое число $x$, что в следующей игре существует

- равновесие в строго доминирующих стратегиях;
- равновесие в слабо доминирующих стратегиях;
- равновесие Нэша?

Если да, то найдите все такие $x$. Если нет, докажите, почему.

| | $t_1$ | $t_2$ |
|---|---|---|
| $s_1$ | $x, 11$ | $-1, 2$ |
| $s_2$ | $9, 2$ | $-6, x$ |

**Задача 5.** В городе $M$ намечаются выборы мэра. Ожидается, что на пост будут претендовать три сильных кандидата — $A$, $B$, $C$. Выборы проходят в один тур и побеждает тот кандидат, который набрал больше всего голосов. Выбранный мэр города будет решать, в какой точке центрального проспекта (отрезок $[0; 1]$) построить музей. Жители города живут равномерно вдоль центрального проспекта. Каждый житель хочет, чтобы музей был построен как можно ближе к его дому. Если избирателю все равно, за кого голосовать, он делает выбор с помощью честной лотереи. Каждый кандидат выбирает свою позицию на отрезке $[0; 1]$, стараясь максимизировать вероятность победы на выборах. Если есть несколько победителей, набравших одинаковое число голосов, они разыгрывают кресло мэра с помощью честной лотереи. Обозначим стратегии кандидатов $A$, $B$ и $C$ через $a$, $b$ и $c$ соответственно. В своих предвыборных интервью кандидаты сделали следующие обещания: $a = 0.06$, $b = 0.2$, $c = 0.8$. Имеет ли смысл кому-нибудь из кандидатов менять свою позицию?