

Департамент политической науки, 2025-26 уч. год

Высшая математика

Неопределённый интеграл. Замена переменной. (08.11.2025)

И. А. Хованская, Р. Я. Будылин, И. В. Щуров, Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

Задача 1. Найдите следующие интегралы.

- | | | |
|---|--|--|
| (a) $\int \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2x^{-1}} \right) dx;$ | (e) $\int \frac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x} dx;$ | (i) $\int (1^x + 2^x - 3^x) dx;$ |
| (b) $\int (x^2 + x^{-2}) dx;$ | (f) $\int (\sin x + \frac{1}{2}x) dx;$ | (j) $\int (2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1}) dx;$ |
| (c) $\int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx;$ | (g) $\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx;$ | (k) $\int \frac{2^x + 3^x}{5^x} dx;$ |
| (d) $\int (1-t)(2+t^2) dt;$ | (h) $\int e^{2x} dx;$ | (l) $\int (3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^x)^2 dx.$ |

Задача 2. Найдите следующие интегралы.

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| (a) $\int \operatorname{tg}^2 x dx;$ | (b) $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$ |
|--------------------------------------|------------------------------------|

Задача 3. Вычислите интеграл, сделав указанную замену переменной.

- | | |
|--|--|
| (a) $\int x^3(2+x^4)^5 dx, \quad y = 2+x^4;$ | (d) $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx, \quad y = 1+e^x;$ |
| (b) $\int x^2 \sqrt{x^3+1} dx, \quad y = x^3+1;$ | (e) $\int \frac{\ln x}{x} dx, \quad y = \ln x;$ |
| (c) $\int x \sin x^2 dx, \quad y = x^2;$ | (f) $\int \operatorname{tg} x dx, \quad y = \cos x.$ |

Задача 4. Делая замену переменной, вычислите интеграл.

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| (a) $\int e^{-x} dx;$ | (c) $\int (3x-2)^{20} dx;$ | (e) $\int \sin \pi t dt;$ |
| (b) $\int \frac{dt}{(1-6t)^4};$ | (d) $\int \frac{dx}{5-3x};$ | (f) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x}} dx.$ |