

Школа лингвистики, 2024-25 уч. год**Теория вероятностей****Задачи на совместное распределение дискретных случайных величин (25.02.2025)***И. В. Щуров, Д. А. Филимонов, Р. Я. Будылин*

Задача 1. Дана таблица совместного распределения случайных величин ξ и η :

$\xi \backslash \eta$	1	2
-1	0.2	0.1
0	0.3	0.4

- Найти таблицы распределения ξ и η по отдельности;
- вычислить $E(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$ и $E(\eta)$, $D(\eta)$, $\sigma(\eta)$;
- вычислить $\text{Cov}(\xi, \eta)$ и $\rho(\xi, \eta)$.

Задача 2. Пусть на гранях тетраэдра написаны числа 1, 2, 3, 4. Мы бросаем такой тетраэдр подобно игральному кубику и смотрим на номер грани, на которую он приземлился. Пусть брошено два тетраэдра и ξ — сумма значений, а η — разность, получаемая вычитанием из первого значения второго (она, разумеется, может оказаться и отрицательной).

- Записать таблицу совместного распределения;
- по таблице найти таблицы распределения ξ и η по отдельности;
- вычислить $E(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$ и $E(\eta)$, $D(\eta)$, $\sigma(\eta)$;
- вычислить $\text{Cov}(\xi, \eta)$ и $\rho(\xi, \eta)$.

Задача 3. Пусть взяты два случайных числа из набора $\{1; 2; 3\}$ (числа могут повторяться) и ξ — сумма значений, а η — произведение.

- Записать таблицу совместного распределения;
- по таблице найти таблицы распределения ξ и η по отдельности;
- вычислить $E(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$ и $E(\eta)$, $D(\eta)$, $\sigma(\eta)$;
- вычислить $\text{Cov}(\xi, \eta)$ и $\rho(\xi, \eta)$.

Задача 4. Для случайных величин ξ и η из задачи 1:

- найти таблицы распределения $\xi|_{\eta=1}$, $\xi|_{\eta=2}$;
- вычислить математические ожидания этих условных случайных величин;
- нарисовать график регрессии ξ на η ;
- нарисовать график регрессии η на ξ .

Задача 5. Пусть исследуются вопросы знания редкого языка. Есть данные по тому, с какой вероятностью человек знает язык или нет (это, разумеется, очень сильно упрощённая модель). Значение величины ξ — это 1, если выбранный человек знает язык, и 0, если не знает. Значение величины η — его возрастная группа (30, если возраст от 20 до 40 лет, и т. д.). Дана таблица совместного распределения случайных величин ξ и η :

$\xi \backslash \eta$	10	30	50	70
0	0.14	0.1	0.04	0.06
1	0.1	0.3	0.2	0.06

- (a) Найти таблицы распределения $\xi|_{\eta=10}$, $\xi|_{\eta=30}$, $\xi|_{\eta=50}$ и $\xi|_{\eta=70}$;
- (b) вычислить математические ожидания этих условных случайных величин;
- (c) нарисовать график регрессии ξ на η . Что он означает?
- (d) Сколько точек будет содержать график регрессии η на ξ ? Как его можно интерпретировать?

Дополнительные задачи

Задача 6. Найти дисперсию числа пар подряд выпавших орлов в 100 бросках.