

Школа лингвистики, 2024-25 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

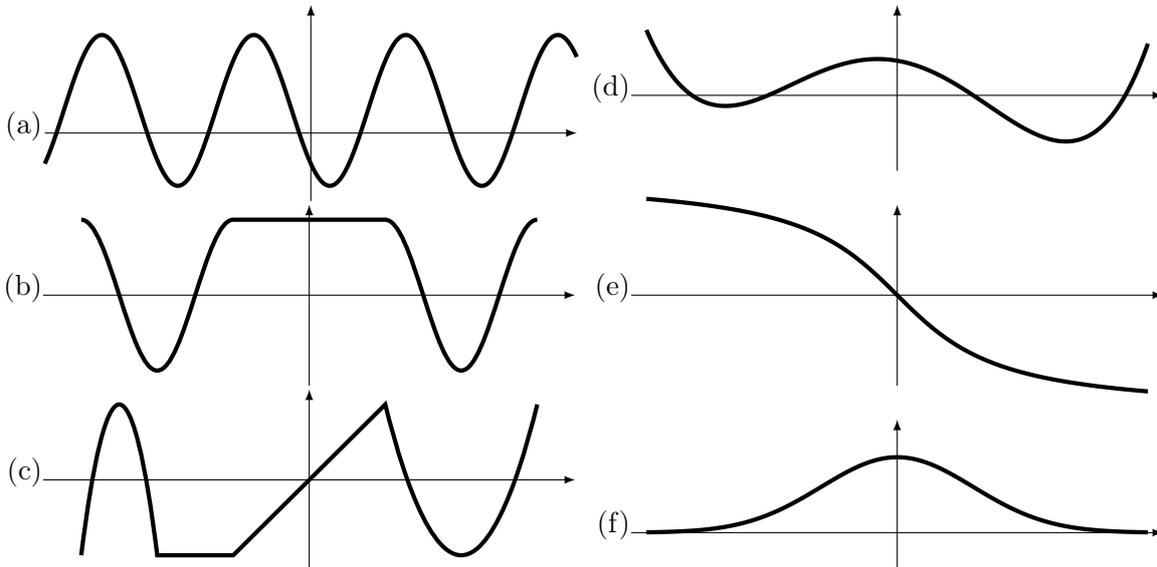
Правило Лопиталья. Графическое построение производной, нахождение экстремума. (15.10.2024)

Д. А. Филимонов

Задача 1. Вычислите предел, используя правило Лопиталья.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}; & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x; & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}; \\ \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10}}{e^x}; & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x}; \end{array}$$

Задача 2. Для каждого из графиков функций постройте эскиз графиков первой и второй производной этой функции. Отметить на графике промежутки возрастания и убывания, точки экстремумов, промежутки выпуклости вверх и выпуклости вниз.



Задача 3. Найдите локальные минимумы и максимумы у следующих функций (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

$$\begin{array}{l} \text{(a)} f(x) = 2x^2 - 5x + 7; \\ \text{(b)} f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4; \\ \text{(c)} f(x) = 3x^5 - 5x^3 \\ \text{(d)} f(x) = x \ln x. \end{array}$$

Задача 4. Найдите минимум и максимум у следующих функций на отрезке (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

$$\begin{array}{l} \text{(a)} f(x) = 3x^2 - x + 2, x \in [0; 3]; \\ \text{(b)} f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4, x \in [-2; 2]; \\ \text{(c)} f(x) = x \ln^2 x, x \in [0.5; 2]. \end{array}$$

1 Дополнительные задачи

Задача 5. Чему равен 0^0 ? Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^x$