

Школа лингвистики, 2024-25 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Предел последовательности (17.09.2024)

Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e.

Задача 1. Используя калькулятор, угадайте, чему равен предел:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+10}{n}$;
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2+1}$;
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n+2}$.

Задача 2. Найти следующие пределы, если они существуют:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+10}{n}$;
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2+1}$;
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n+2}$;
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-100n+10000}{n^2+n-10}$;
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-2n+1}{n^3-4n^2+2}$;
- (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-7}{-2n+3}$;
- (g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2-4n+6}{-3n^2+5n-1}$;
- (h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2\sqrt{n}+1}{2n-\sqrt{n}+2}$;
- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n}-5\sqrt{n}+2}{2n-n\sqrt{n}+3}$;
- (j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2}{2^n}$;
- (k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \frac{n^2}{n+1} \right)$;
- (l) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$;
- (m) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$;
- (n) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n+1} - n)$;
- (o) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln(n+1) - \ln(n))$;
- (p) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{\lg n}$;
- (q) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$.

Дополнительные задачи

Задача 3. Найти следующие пределы, если они существуют:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 2n - 1}}{n + 2};$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n}}{n + 1};$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 1} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}}$

Задача 4. Вычислить выражение $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$

Задача 5. Найти радиус окружности, вписанной в параболу $y = x^2$ и касающейся её вершины.