

Вычислительные социальные науки, 2023-24 уч. год**Дискретная математика****Четвёртая и пятая недели (26 сентября – 7 октября 2022 года)***В. В. Кочергин, А. В. Михайлович*

Задача 1. (а) Сколько функций алгебры логики $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ удовлетворяет условию $f(0, 0, 0, 0) = f(1, 1, 1, 1)$?

(б) Сколько функций алгебры логики $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ удовлетворяет условию $f(0, 0, \dots, 0) = f(1, 1, \dots, 1)$?

Задача 2. Сколько функций алгебры логики $f(x, y, z)$ существенно зависят от всех трёх переменных x, y, z ?

Задача 3. Составьте таблицы истинности для функций, заданных следующими формулами.

- | | | |
|--------------------------------------|---|--|
| (а) $\overline{x \& y}$ | (d) $x \vee \overline{y}$; | (g) $x \rightarrow y$; |
| (b) $\overline{x \vee \overline{y}}$ | (e) $x \wedge \overline{x}$; | |
| (c) $\overline{x \vee y}$; | (f) $(x \vee y) \wedge \overline{x \wedge y}$; | (h) $(x \wedge \overline{y}) \vee (\overline{x} \wedge y)$. |

Задача 4. Решить систему

- (а)
$$\begin{cases} x \oplus y \oplus z = xy \\ ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)) \rightarrow (\overline{y} \rightarrow \overline{z}) = 0 \end{cases}$$
- (б)
$$\begin{cases} x \oplus y \oplus z = 1 \\ xy \oplus z = 0 \end{cases}$$

Задача 5. На скольких наборах $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ функция алгебры логики $f(x_1, \dots, x_n)$ обращается в 1?

- (а) $x_1 x_2 x_3 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 x_5 \oplus x_1 x_2 x_4 x_5 \oplus x_1 x_3 x_4 x_5 \oplus x_2 x_3 x_4 x_5$, ($n = 5$);
- (б) $x_1 x_2 x_3 \oplus x_3 x_4 x_5 \oplus x_6$, ($n = 6$);
- (с) $f(x_1, \dots, x_n) = (\dots((x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3) \rightarrow \dots) \rightarrow x_n$.

Задача 6. Используя таблицы истинности, доказать эквивалентность формул.

- (а) $\overline{x \rightarrow y}$ и $x\overline{y}$;
- (б) $x \sim y$ и $(x \rightarrow y) \& (y \rightarrow x)$;
- (с) $x \rightarrow (y \vee z)$ и $(x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$.

Задача 7. Используя дополнительно основные эквивалентности, выяснить, эквивалентны ли формулы

- (а) $xy \vee z$ и $\overline{x}(\overline{y \vee z})$;
- (б) $xy \oplus xz \oplus yz$ и $\overline{\overline{xy} \vee \overline{xz} \vee \overline{yz}}$;
- (с) $(\overline{x} \rightarrow y) \rightarrow (\overline{xy} \sim (x \oplus y))$ и $(\overline{xy} \rightarrow x) \rightarrow y$;
- (д) $(x \oplus yz) \rightarrow (\overline{x} \rightarrow (y \rightarrow z))$ и $x \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow x)$;
- (е) $((x \vee y) \rightarrow yz) \vee (y \rightarrow xz) \vee (x \rightarrow (\overline{y} \rightarrow z))$ и $(x \rightarrow y) \vee z$.