

Департамент политической науки, 2023-24 уч. год

Высшая математика

Неопределённый интеграл. Замена переменной. (15.11.2023)

И. А. Хованская, Р. Я. Будылин, И. В. Щуров, Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

Задача 1. Найдите следующие интегралы.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2x^{-1}} \right) dx; & \text{(e)} \int \frac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x} dx; & \text{(i)} \int (1^x + 2^x - 3^x) dx; \\ \text{(b)} \int (x^2 + x^{-2}) dx; & \text{(f)} \int \left(\sin x + \frac{1}{2}x \right) dx; & \text{(j)} \int (2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1}) dx; \\ \text{(c)} \int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx; & \text{(g)} \int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx; & \text{(k)} \int \frac{2^x + 3^x}{5^x} dx; \\ \text{(d)} \int (1-t)(2+t^2) dt; & \text{(h)} \int e^{2x} dx; & \text{(l)} \int (3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^x)^2 dx. \end{array}$$

Задача 2. Найдите следующие интегралы.

$$\text{(a)} \int \operatorname{tg}^2 x dx; \quad \text{(b)} \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

Задача 3. Вычислите интеграл, сделав указанную замену переменной.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \int x^3(2+x^4)^5 dx, \quad y = 2+x^4; & \text{(d)} \int e^x \sqrt{1+e^x} dx, \quad y = 1+e^x; \\ \text{(b)} \int x^2 \sqrt{x^3+1} dx, \quad y = x^3+1; & \text{(e)} \int \frac{\ln x}{x} dx, \quad y = \ln x; \\ \text{(c)} \int x \sin x^2 dx, \quad y = x^2; & \text{(f)} \int \operatorname{tg} x dx, \quad y = \cos x. \end{array}$$

Задача 4. Делая замену переменной, вычислите интеграл.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int e^{-x} dx; & \text{(c)} \int (3x-2)^{20} dx; & \text{(e)} \int \sin \pi t dt; \\ \text{(b)} \int \frac{dt}{(1-6t)^4}; & \text{(d)} \int \frac{dx}{5-3x}; & \text{(f)} \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x}} dx. \end{array}$$