

Школа лингвистики, 2023-24 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

Интегрирование по частям. Определённый и несобственный интеграл (24.10.2023)

Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

**Задача 1.** Найдите интеграл методом интегрирования по частям.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int x \cos x \, dx; & \text{(d)} \int (x^2 + x - 2) \sin(2x) \, dx; & \text{(g)} \int \arctg x \, dx; \\ \text{(b)} \int x e^x \, dx; & \text{(e)} \int \arcsin x \, dx; & \text{(h)} \int \operatorname{arcctg} x \, dx; \\ \text{(c)} \int x^2 e^x \, dx; & \text{(f)} \int \arccos x \, dx; & \text{(i)} \int e^x \sin x \, dx. \end{array}$$

**Задача 2.** Найдите следующие интегралы.

$$\begin{array}{l} \text{(a)} \int_1^2 \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^{-1}} \right) dx; \\ \text{(b)} \int_0^1 (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx; \\ \text{(c)} \int_0^1 (\sin x - x^2) dx; \\ \text{(d)} \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx; \\ \text{(e)} \int_0^1 x e^{2x} dx. \end{array}$$

**Задача 3.** Вычислите площадь криволинейного треугольника под параболой, ограниченного графиками функций  $y = x^2$ ;  $y = 0$ ;  $x = 1$

**Задача 4.** Вычислите следующие несобственные интегралы:

$$\begin{array}{l} \text{(a)} \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}; \\ \text{(b)} \int_1^{+\infty} 3e^{-3x} dx; \\ \text{(c)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}; \\ \text{(d)} \int_0^{+\infty} 3xe^{-3x} dx; \end{array}$$

$$(e) \int_0^{+\infty} 3x^2 e^{-3x} dx;$$

$$(f) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

### Дополнительные задачи

**Задача 5.** Вычислить интегралы  $\int_0^1 f'(x)dx$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} x f'(x)dx$  и  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f'(x)dx$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{(x+1)^3}{27}, & -1 < x \leq 2; \\ 1, & 2 < x. \end{cases}$$

**Задача 6 (\*\*\*\*\*).** Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$