

Школа лингвистики, 2023-24 уч. год

Линейная алгебра и математический анализ

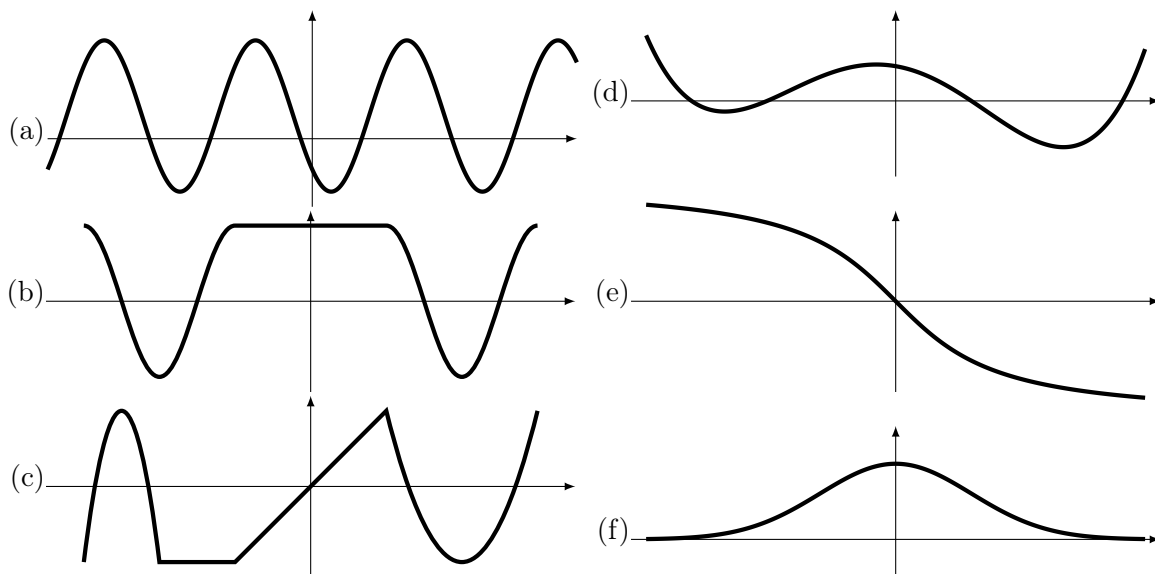
Правило Лопиталья. Графическое построение производной, нахождение экстремума. (10.10.2023)

Д. А. Филимонов

**Задача 1.** Вычислите предел, используя правило Лопиталья.

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}; & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x; & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}; \\
 \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10}}{e^x}; & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x};
 \end{array}$$

**Задача 2.** Для каждого из графиков функций постройте эскиз графиков первой и второй производной этой функции. Отметить на графике промежутки возрастания и убывания, точки экстремумов, промежутки выпуклости вверх и выпуклости вниз.



**Задача 3.** Найдите локальные минимумы и максимумы у следующих функций (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

$$\begin{array}{l}
 \text{(a)} f(x) = 2x^2 - 5x + 7; \\
 \text{(b)} f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4; \\
 \text{(c)} f(x) = 3x^5 - 5x^3 \\
 \text{(d)} f(x) = x \ln x.
 \end{array}$$

**Задача 4.** Найдите минимум и максимум у следующих функций на отрезке (найти при каком аргументе достигается и само значение функции):

$$\begin{array}{l}
 \text{(a)} f(x) = 3x^2 - x + 2, x \in [0; 3]; \\
 \text{(b)} f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 4, x \in [-2; 2]; \\
 \text{(c)} f(x) = x \ln^2 x, x \in [0.5; 2].
 \end{array}$$

## 1 Дополнительные задачи

Задача 5. Чему равен  $0^0$ ? Найдите предел  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^x$