Школа лингвистики, 2023-24 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Предел последовательности (19.09.2023)

Д. А. Филимонов

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, Calculus Early Transcendentals, 6e.

Задача 1. Используя калькулятор, угадайте, чему равен предел:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+10}{n}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n^2+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+1}{n+2}$.

Задача 2. Найти следующие пределы, если они существуют:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+10}{n}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n^2+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2+1}{n+2}$;

(d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n^2-100n+10000}{n^2+n-10}$;

(e) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-2n+1}{n^3-4n^2+2}$;

(f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n^2-7}{-2n+3}$;

(g) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-2n^2-4n+6}{-3n^2+5n-1}$;

(h) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+2\sqrt{n}+1}{2n-\sqrt{n}+2}$;

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt{n}-5\sqrt{n}+2}{2n-n\sqrt{n}+3}$;

(j) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10n^2}{2^n}$;

(k) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n-\dfrac{n^2}{n+1}\right)$;

(l) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$;

(m) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$;

(n) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n+1}-n\right)$;

(o) $\lim\limits_{n\to\infty} (\ln(n+1)-\ln(n))$;

(p) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln n}{\lg n}$;

(q) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n}$.

Дополнительные задачи

Задача 3. Найти следующие пределы, если они существуют:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}$;

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+1}$;

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$

Задача 4. Вычислить выражение $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$.

Задача 5. Найти радиус окружности, вписанной в параболу $y=x^2$ и касающейся её вершины.