

Школа лингвистики, 2023-24 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Операторы (28.11.2023)

Д. А. Филимонов

Приближение данных (фит)

Задача 1. Имеются следующие данные:

x_i	0	1	2
y_i	0	1	3

Найти методом наименьших квадратов параметры при приближении функцией:

- (a) $f(x) = ax$;
- (b) $f(x) = ax + b$;
- (c) $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Во всех случаях посчитать качество приближения (сумму квадратов отклонений от данных).

Задача 2. Имеются следующие данные:

x_i	1	1	2
y_i	-1	1	1

Найти методом наименьших квадратов параметры при приближении функцией:

- (a) $f(x) = ax$;
- (b) $f(x) = ax + b$;

Во всех случаях посчитать качество приближения (сумму квадратов отклонений от данных).

Действия операторов на плоскости.

Задача 3. Вычислите значения действий операторов на векторах $(1; 0)$, $(1; 1)$, $(0; 1)$, $(-1; 1)$, $(-1; 0)$, $(-1; -1)$, $(0; -1)$, $(1; -1)$ и постарайтесь понять, как выглядит их действие геометрически:

- (a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- (d) $\begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$

Задача 4. Найдите собственные векторы и собственные значения для операторов из предыдущей задачи. Сравните результаты с известной вам геометрической картиной действия.

Задача 5. Найдите собственные векторы и собственные значения для следующих операторов. Схематически изобразите их действие на плоскости.

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$