

Школа лингвистики, 2023-24 уч. год
Линейная алгебра и математический анализ
Матрицы — 1 (07.11.2023)

Д. А. Филимонов

Для успешного освоения темы «Матрицы» студент должен уметь решать *все* перечисленные ниже задачи.

Арифметические операции

Задача 1. Вычислите суммы:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.2 & -7 & 1 \\ -4 & -0.5 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 1 & -0.5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 2. Найдите следующие произведения

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Задача 3. Даны две матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Вычислить результат действий:

(a) $(A + B)B^T$

(b) $AB^T B - A$

(c) $AB^T - BA^T$

Определитель

Задача 4. Найдите определитель

(a) $\det \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 7 & 9 & 8 \end{vmatrix}$

(f) $\begin{vmatrix} 2 & -6 & -5 \\ 0 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

Метод Крамера

Задача 5. Решить систему уравнений методом Крамера.

(a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 5x + 2y = -3 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ 7x + 3y = -6 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 3y - 2x = 3 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = -2 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} -3x + 4y = 3 \\ 9x - 12y = -1 \end{cases}$