

Школа лингвистики, 2023-24 уч. год
Дискретная математика для лингвистов
Кодирование – 1 (30 января 2024 года)

В. В. Кочергин, Ю. Г. Кудряшов, А. В. Михайлович, И. В. Щуров, И. А. Хованская

Задача 1. На рисунке 1 изображено дерево, задающее префиксный код. Все ходы влево означают «0», а вправо — «1».

- (а) Зашифруйте слово «velocity».
 (б) Расшифруйте сообщение «110011110010100».

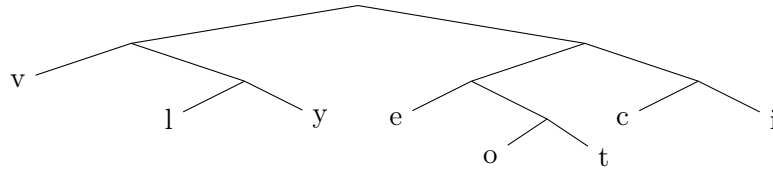


Рис. 1: Дерево некоторого префиксного кода

Задача 2. Выяснить, являются ли следующие коды префиксными. Для кодов, являющихся префиксными, построить кодовое дерево.

- (а) $C = \{a, ba, bb, bbba\}$;
 (б) $C = \{ab, bb, ba, aab\}$;
 (в) $C = \{ac, c, bb, abc, bac, abb, abcb\}$;
 (г) $C = \{a, ba, cab, acb\}$.

Задача 3. Выяснить, является ли код C с кодирующим алфавитом $\{0, 1, 2\}$ однозначно декодируемым:

- (а) $C = \{01, 201, 112, 122, 0112\}$;
 (б) $C = \{001, 021, 102, 201, 001121, 01012101\}$;
 (в) $C = \{0, 01, 0010001001\}$;
 (г) $C = \{20, 01202, 22, 2001, 2012010, 10201121, 1112\}$;
 (д) $C = \{01, 011, 100, 2100, 10110, 00112\}$;
 (е) $C = \{01, 12, 021, 0102, 10112\}$;
 (ж) $C = \{01, 12, 012, 111, 0102, 10112, 01112\}$;
 (з) $C = \{01, 12, 012, 0102, 020112\}$;
 (и) $C = \{01, 10, 210, 121, 0210, 0112\}$;
 (к) $C = \{01, 10, 210, 201, 0210, 011022, 2221\}$;
 (л) $C = \{01, 10, 210, 201, 0210, 011022, 221\}$;
 (м) $C = \{01, 10, 210, 201, 0210, 011022\}$.

Задача 4. Выяснить, является ли слово P в алфавите $\{0, 1, 2\}$ кодом сообщения в кодировании, задаваемого схемой

$$\begin{cases} a \rightarrow 10 \\ b \rightarrow 12 \\ c \rightarrow 012 \\ d \rightarrow 101 \\ e \rightarrow 2100 \end{cases}$$

Если да, то выяснить, является ли P кодом ровно одного сообщения:

- (a) $P = 1012012102100$;
- (b) $P = 1012101201210012$;
- (c) $P = 0121001210201$;
- (d) $P = 120120121001210$;
- (e) $P = 1010122100$;
- (f) $P = 12101210012$;
- (g) $P = 101212101012$;
- (h) $P = 1010012100101$.

Задача 5. Привести пример однозначно декодируемого кода, не являющегося ни префиксным, ни суффиксным и имеющего минимально возможную суммарную длину кодовых слов.

Задача 6. Является ли однозначно декодируемым код

- (a) $V = \{12, 001, 021, 102, 201, 0212, 00102\}$
- (b) $V = \{10, 01, 12, 012, 2100, 12010, 12011\}$
- (c) $V = \{12, 001, 021, 102, 201, 2012, 00102\}$

Задача 7. Найти слово минимальной длины, декодируемое неоднозначно для кода

- (a) $V = \{0, 101010, 01010101\}$
- (b) $V = \{0, (10)^{k+1}, (01)^k\}$

Задача 8. Может ли следующий набор чисел быть набором длин кодовых слов префиксного двоичного кода. Если может, то построить такой код.

- (a) $(1, 2, 3, 3, 4)$
- (b) $(2, 2, 3, 3, 3, 4, 4)$

Задача 9 (*). Пусть в алфавитном двоичном коде C , таком, что $|C| > 2^n$, каждое слово имеет длину, не превышающую n .

- (a) Может ли код C быть однозначно декодируемым?
- (b) Может ли код C быть префиксным?