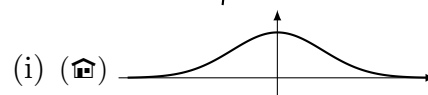
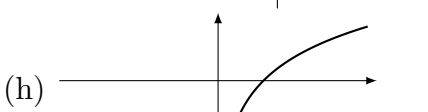
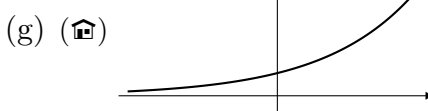
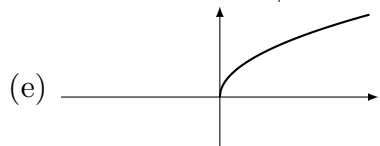
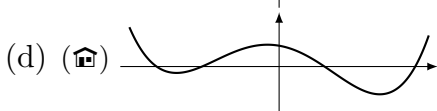
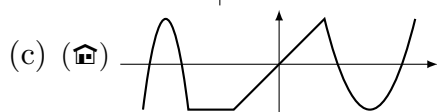
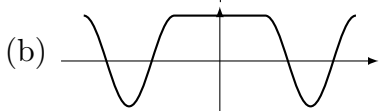


**Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2021-22 уч. год****Математический анализ 1** (<http://math-info.hse.ru/s21/3>)**Семинар 15 (27 октября 2021)***И. Щуров, В. Болбачан, М. Бекетов, А. Трофимова, И. Эрлих***Задача 1.** Найти производную функции, пользуясь определением:

- |                               |  |                          |
|-------------------------------|--|--------------------------|
| (a) $c, c \in \mathbb{R}$ .   | (d) $(\square) x^{-1}$ ;                   | (g) $e^x$ ;              |
| (b) $cx, c \in \mathbb{R}$ ;  | (e) $(\square) x^{-n}, n \in \mathbb{N}$ ; | (h) $\sin x$ ;           |
| (c) $x^n, n \in \mathbb{N}$ ; | (f) $(\square) \sqrt{x}$ ;                 | (i) $(\square) \cos x$ . |

**Задача 2.** Для данного графика функции построить эскиз графика производной этой функции.<sup>1</sup>**Задача 3.** Существует ли  $f'(0)$ ? Если да, найти её.

- |   |   |
|---|---|
| (a) $f(x) =  x^3 $ ;  | (f) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ |
| (b) $(\square) f(x) =  x  + x$ ;  | (g) $f(x)$ — функция Дирихле.   |
| (c) $(\square) f(x) = \sqrt{ x }$ ;   | (h) $(\square) f(x) = x\mathcal{D}(x)$ , где $\mathcal{D}(x)$ — функция Дирихле.      |
| (d) $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$   | (i) $(\square) f(x) = x^2\mathcal{D}(x)$ .  |
| (e) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ |   |

**Задача 4.** Найти уравнение касательной к графику функции в данной точке. Построить график функции и касательную.<sup>1</sup>Картинки нарисованы Ю. Г. Кудряшовым

(a)  $f(x) = x^2 \quad (2, 4);$

(b)  $(\heartsuit) f(x) = \sqrt{x} \quad (4, 2);$

(c)  $f(x) = \sin x \quad (0, 0);$

(d)  $f(x) = \sin 3x \quad (0, 0);$

(e)  $(\heartsuit) f(x) = 2 \sin x \quad (0, 0);$

(f)  $f(x) = e^x \quad (0, 1);$

**Определение 1.** Функция  $f$  называется *чётной*, если  $f(x) = f(-x)$  для всех  $x$  из области определения. Функция  $f$  называется *нечётной*, если  $f(-x) = -f(x)$  для всех  $x$  из области определения.

**Задача 5.** Пользуясь определением, докажите, что

(a) производная чётной функции является нечётной функцией;

(b)  $(\heartsuit)$  производная нечётной функции является чётной функцией.

Проиллюстрируйте доказанный факт с помощью графика.