

Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2019-20 уч. год

Дифференциальные уравнения (<http://math-info.hse.ru/s19/g>)

Семинар 10. Анализ дифференциальных уравнений (20.03.2020)

И. Щуров, М. Матушко

**Задача 1.** Решить задачу Коши

$$\dot{x} = t(1 + 1/x) \quad x(t_0) = x_0$$

и провести полный анализ интегральных кривых:

- исследовать существование и единственность решений
- описать симметрии траекторий относительно оси  $Ox$
- найти стационарные решения
- исследовать интервалы монотонности
- исследовать интервалы выпуклости или вогнутости и точки перегиба
- исследовать, при каких значениях  $(t_0, x_0)$  решение определено на всей оси или на полуограниченном интервале
- в каждом из случаев исследовать асимпотику решения и его производной на границах максимального интервала существования
- доказать, что при  $x_0 > 0$  решения при  $t \rightarrow \infty$  не имеют асимптот
- нарисовать качественную картину траекторий в зависимости от  $(t_0, x_0)$