

Дискретная математика

2018/2019 учебный год

(А. В. Михайлович, В. В. Кочергин)

Задания после 1–3 лекций.

(срок выполнения – 25 апреля 2019 года.)

Задача 1.

1. В выражении $(x + y)^{45}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Найти коэффициент при $x^{21}y^{24}$.
2. В выражении $(3 + x)^{33}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Найти коэффициент при x^{14} .
3. В выражении $(x + y + z)^{25}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Найти коэффициент при $x^{12}y^3z^{10}$.
4. В выражении $(x + y + z + 2)^{20}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Найти коэффициент при $x^{11}z^8$.

Задача 2. Сколькими способами можно разместить 8 человек в очереди за железнодорожными билетами в одну кассу? В три кассы?

Задача 3. Во взводе 3 сержанта и 30 солдат. Сколько существует способов выделения одного сержанта и трех солдат для патрулирования?

Задача 4. Иван Васильевич меняет свою квартиру. Ему нужно перевезти 25 различных предметов мебели. Для этой цели он заказал 4 автомашины, в которые может поместиться 3, 6, 7 и 9 предметов мебели соответственно (независимо от размера предмета мебели).

1. Сколькими способами Иван Васильевич может перевезти свою мебель на новую квартиру?
2. Оказалось, что приехали машины, в которых может поместиться 3, 6, 7 и 10 предметов мебели соответственно (независимо от размера предмета мебели). Сколькими способами в этом случае Иван Васильевич может перевезти свою мебель на новую квартиру?

Задача 5. Доказать, что если выполняется включение $A \subseteq B$, то для любого множества C выполняется включение $(A \cup C) \subseteq (B \cup C)$.

Задача 6. Вычислить сумму $C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n$.

Задача 7. Сколько различных слов (возможно, бессмысленных) можно получить, переставляя буквы в слове «МАТЕМАТИКА»?

Задача 8. Сколькими способами можно распределить 13 человек на 3 различных проекта, если каждым проектом должно заниматься не менее 4 человек?

Задача 9. Сколькими способами можно расставить 17 человек в очередь в кассу, если Иванов, Петров и Сидоров хотят непременно стоять друг за другом в таком порядке?

Задача 10. Сколькими способами можно выбрать 4 карты из колоды в 36 карт, чтобы у выбранных карт не совпадали масти и достоинства?

Задача 11. Найти количество восьмизначных чисел, в записи которых среди любых двух идущих подряд цифр нет одинаковых.

Задача 12. Что больше: $C_{25}^{10} + C_{17}^6$ или $C_{16}^5 + C_{25}^{15} + C_{16}^6$?

Задача 13. Найти количество различных целочисленных решений системы

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \\ x_5 \geq 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 31 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 3 \\ x_3 \geq 2 \\ x_4 \geq 5 \\ x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Задача 14 Сколько существует способов разместить 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, так, чтобы первая цифра была больше 1, а последняя — меньше 7.