

НИУ ВШЭ, Факультет социальных наук, департамент социологии, 2018-19 уч. год.
Дискретная математика для социологов
Письменная домашняя работа, часть 2

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Выяснить, сколько существует попарно неизоморфных графов без петель и кратных ребер, имеющих:

- а) 8 вершин и 24 ребер;
- б) 6 вершин, 7 ребер и 2 компоненты связности;
- в) 8 вершин и удовлетворяющих следующему условию: сумма степеней всех вершин не менее 53.

Задача 2. Выяснить, какие пары графов на картинках (ссылки отдельно) являются изоморфными, а какие нет. Если графы изоморфны, привести изоморфизм, если нет, объяснить почему.

Задача 3. Сколько рёбер в полном графе, в котором рёбер в 9 раз больше, чем вершин?

Задача 4. Может ли граф, содержащий 11 вершин и 50 рёбер иметь больше одной компоненты связности?

Задача 5. Существуют ли простые графы со следующими наборами степеней вершин? Ответы обосновать.

- а. (2, 3, 3, 4, 5, 5).
- б. (2, 3, 3, 4, 5, 6, 6).
- с. (2, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 7).

Задача 6. Существует ли дерево со следующим набором степеней вершин? Если существует, привести пример. Если не существует, обосновать.

- а. (1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3).
- б. (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3).

Задача 7. Какое наименьшее число ребер надо удалить из полного графа на 13 вершинах, чтобы в получившемся графе не было ни одного цикла?

Задача 8. Построить граф де Брёйна и последовательность де Брёйна порядка 4 (последовательность без графа не принимается).

Задача 9. Доказать, что из того факта, что для правильной раскраски любого планарного графа, достаточно четырёх красок, следует утверждение о достаточности четырёх красок для правильной раскраски любой карты (атласа).

Задача 10. Пусть G — произвольный граф без петель и кратных ребер, а \overline{G} — его дополнение. Доказать, что:

- а) хотя бы один из графов G или \overline{G} связан;
- б) если в G более 4 вершин, то хотя бы в одном из графов G или \overline{G} имеется цикл.