

НИУ ВШЭ, Факультет социальных наук, департамент социологии, 2018-19 уч. год.
Дискретная математика для социологов
Письменная домашняя работа, часть 1

Правила

Во всех задачах требуется приводить решение и ответ. Задача без решения не засчитывается. Задача без ответа не засчитывается.

Желаем удачи!

Задание

Задача 1. Пусть $|A| = 12$, $|B| = 14$. Какое значение может принимать мощность множеств $|A \cup B|$, $|A \cap B|$, $|A \setminus B|$, $|A \Delta B|$?

Задача 2. Существуют ли такие множества A, B, C , что

$$A \cap B \neq \emptyset, \quad A \cap C = \emptyset, \quad (A \cap B) \setminus C = \emptyset?$$

Если да, приведите какой-нибудь пример. Если нет, объясните, почему (обратите внимание, что в этом случае картинка доказательством не является).

Задача 3. Сколько существует слов длины 15, состоящих из гласных и согласных букв русского алфавита и содержащих 6 гласных букв (словом называется любая последовательность букв русского алфавита, буквы «ь» и «ъ» в описываемых словах не встречаются)?

Задача 4. Сколькими способами можно переставить буквы в слове СОЦИОЛОГИЯ, если порядок согласных букв не должен меняться? Если порядок гласных букв не должен меняться?

Задача 5. Группе из 21 студента предстоит тянуть экзаменационные билеты. Сколькими способами они могут это сделать, при следующих условиях.

- Ограничений нет.
- Ангелина хочет заходить одной из первых 7, а Валентин — одним из последних 6.
- Даниил хочет заходить одним из первых 16, а Авдотья — одной из последних 15.

Задача 6. Мы приехали в город, улицы которого идут по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Будем нумеровать параллельные между собой улицы числами $0, 1, 2, \dots$, а перекрёстки — парой (m, n) , где m — номер горизонтальной улицы, проходящей через этот перекрёсток, а n — номер вертикальной улицы. Сколько кратчайших путей от перекрёстка $(2, 4)$ до перекрёстка $(20, 41)$ существует?

Задача 7. На вокзале находится группа из 13 девушек и 11 юношей. Каждый из них собирается купить себе билет. Сколькими способами можно их поставить в очереди с соблюдением следующих условий.

- Одна касса, все стоят вперемешку.
- 2 кассы, все стоят вперемешку.
- Одна касса, первая стоит девушка, остальные вперемешку.
- 2 кассы, в каждую кассу первая стоит девушка, остальные вперемешку.
- Одна касса, сначала стоят все девушки, потом — все юноши.
- 2 кассы, в каждой кассе стоят сначала девушки, потом юноши.

Задача 8. Сколькими способами можно раскрасить 13 предметов в 14 цветов при следующих условиях.

- Цвета могут повторяться, предметы различны.
- Цвета не могут повторяться, предметы различны.
- Цвета могут повторяться, предметы неразличимы.
- Цвета не могут повторяться, предметы неразличимы.

Задача 9. На семинар пришло 8 студентов. Все они выступают с докладом по одному разу. Сколькими способами можно упорядочить их выступления, если

- Антон должен выступать первым?
- Сергей не должен выступать последним?
- Василий должен выступать непосредственно после Бориса?
- Сергей должен выступать после Дмитрия?
- Сергей должен выступать после Дмитрия, но не непосредственно после него?
- Борис и Василий не должны выступать подряд?

Задача 10. Из студентов университета 85 % посещают лекции по социологической теории, 80 % — лекции по математике, 70 % — лекции по истории, 65 % — лекции по философии. Каков наименьший возможный процент числа студентов посещающих все лекции?

Задача 11. В прямоугольнике площади 1 расположено 5 фигур, площади $1/2$ каждая.

- Докажите, что найдутся две фигуры, площадь общей части которых не меньше $3/20$.
- Докажите, что найдутся две фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/5$.
- Докажите, что найдутся три фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/20$.

Задача 12. Четыре человека сдают свои шляпы в гардероб. В предположении, что шляпы возвращаются наугад, найти вероятность того, что в точности k человек получат свои шляпы назад. Рассмотреть все значения k , $0 \leq k \leq 4$.

Задача 13. Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2019?

Задача 14. При обследовании предпочтений студентов оказалось, что 65 % студентов активно используют Фейсбук, 50% — Вконтакте, 35% — Инстаграм, 35% — Фейсбук и Вконтакте, 25% — Фейсбук и Инстаграм, 15% — Вконтакте и Инстаграм, 10% — Фейсбук, Вконтакте и Инстаграм. Выяснить, сколько процентов студентов

- Не пользуется ни одной из этих соцсетей?
- Использует ровно две из этих соцсетей?