

Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2018-19 уч. год**Математический анализ 1** (<http://math-info.hse.ru/s18/i>)**Семинар 15 (20 декабря 2018)**

И. Щуров, М. Матушко, И. Машанова, И. Эрлих

*Некоторые задачи основаны на учебнике Stewart, Calculus (Early Transcendentals)***Задача 1.** Найти площадь, ограниченную кривыми.

(a) $y = x^2, y^2 = x.$

(b) $y = \sqrt{x}, y = x/4.$

(c) $x = 1 - y^2, x = y^2 - 1.$

(d) $y = 0, y = \frac{2}{x^2+1}.$

Задача 2. При каких значениях $\alpha \in \mathbb{R}$ интеграл сходится? Найти значение интеграла для всех тех значений α , для которых он сходится.

(a) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$

(b) $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$

(c) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$

(d) $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$

Задача 3. Найти значение несобственного интеграла, если интеграл сходится.

(a) $\int_{-2}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

(b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$

(c) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2+1}$

(d) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2-1}$

(e) $\int_1^\infty x e^{-x^2} dx$

(f) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x} dx$

(g) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x^2 dx}{9+x^6}$

(h) $\int_{-3}^3 \frac{dx}{x^3-x}$

(i) $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$

(j) $\int_0^1 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx$

(k) $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

(l) $\int_{-\infty}^\infty \frac{x(\cos x + 1)}{e^{x^2}} dx$

Задача 4. При каких значениях $\alpha \in \mathbb{R}$ ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$$

сходится?

Задача 5. Сходится ли ряд? Если да, найти его сумму.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^n}{3^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+2)}{(n+3)^2}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-2n + 3)$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1}$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$$

Задача 6. Найти значение p , при котором ряд сходится

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$$