Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2018-19 уч. год
Математический анализ 1 (http://math-info.hse.ru/s18/i)
Неполная программа коллоквиума (6 февраля 2020 г.)
И. Щуров, М. Матушко, И. Машанова, И. Эрлих

Если в вопросе сформулировано или названо какое-то утверждение, требуется уметь приводить его доказательство, кроме случаев, когда явно оговорено обратное.

1. Высказывания, предикаты, кванторы. Алгебра логики. Отрицание утверждения с кванторами.
2. Способы доказательства: метод математической индукции, доказательство от противного. Неравенство Бернулли.
3. Основные классы чисел (без построения аксиоматики действительного числа). Рациональные и иррациональные числа. Наибольший общий делитель. Представление рациональных чисел в виде несократимой дроби. Иррациональность корня из двух.
4. Последовательность и ее свойства: ограниченные последовательности, монотонные последовательности. Арифметические действия с последовательностями.
5. Предел последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечные пределы (∞, $+\infty$, $-\infty$). Предел q^n при $n \to \infty$.
6. Арифметика пределов последовательности.
7. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
8. Ограниченные множества. Верхняя и нижняя грань. Точная верхняя и нижняя грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани (без доказательства).
9. Теорема Вейерштрасса.
10. Число e. Экспонента.
11. Подпоследовательность. Предельная точка последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
12. Функция одной переменной и ее график. Основные типы преобразования графиков функций. Ограниченные и неограниченные функции. Точки локального экстремума.
13. Предел функции в точке и на бесконечности: определения по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений. Односторонние пределы. Бесконечный предел.
14. Асимптоты и их нахождение.
15. Непрерывность функции. Арифметические действия над непрерывными функциями. Исследование непрерывности полинома, рациональных функций, корня, тригонометрических функций.
16. Теорема о пределе сложной функции. Суперпозиция непрерывных функций.
17. Первый замечательный предел.
18. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции.
19. Ограниченность непрерывной на отрезке функции.

20. Теорема о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своей точной верхней и нижней грани.
21. Производная функции одной переменной. Геометрическая интерпретация производной. Уравнение касательной.
22. Непрерывность дифференцируемой функции.
23. Необходимое условие точки локального экстремума дифференцируемой функции.
24. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Связь знака производной и возрастания/убывания функции на промежутке.
25. Вычисление производных. Производная суммы, произведения, композиции функций (последнее — с идеей доказательства, остальное с доказательствами).
26. Обратная функция. Логарифм, свойства логарифмов. Непрерывность обратной к непрерывной функции.
27. Производная обратной функции (с идеей доказательства). Производные корня, логарифма, обратных тригонометрических функций.
28. Старшие производные. Выпуклость. Эквивалентность трёх утверждений о выпуклости дифференцируемой функции (выпуклость вниз, возрастание производной, график проходит над касательной в любой точке). Точки перегиба. Достаточное условие экстремума.
29. Теорема Коши. Правило Лопиталя (доказательство для случая $0/0$, предел в конечной точке).
30. o-малые, их свойства.