

**Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2018-19 уч. год****Математический анализ 1** (<http://math-info.hse.ru/s18/i>)**Дополнительное домашнее задание «Комбинаторика» (Срок письменной сдачи: 17 октября 2018 года)***И. Щуров, М. Матушко, И. Машанова, И. Эрлих*

Решения задач сначала нужно полностью записать, а затем уже сдавать устно. Все задачи, кроме отмеченных звездочкой \* (их можно пропускать и сдавать в любом порядке), нужно сдавать по порядку. Удачи!

**Задача 1.** Семь студентов решили все вместе покататься

- (a) на аттракционе «поезд», состоящем из семи одноместных вагончиков;
- (b) на карусели, в которой семь мест;
- (c) на поезде из 10 одноместных вагончиков;
- (d) на карусели, в которой 10 мест;
- (e) (\*) на поезде из семи двухместных вагончиков.

Сколькими способами они смогут это сделать?

**Задача 2.** Сколько подмножеств у множества из  $n$  элементов?

**Задача 3.** Сколько существует отображений из множества из  $n$  элементов в множество из  $m$  элементов? Каким будет ответ, если добавить условие взаимной однозначности отображения?

**Задача 4.** Сколькими способами можно представить множество  $A$  из  $n$  элементов в виде объединения попарно непересекающихся множеств  $A_1, \dots, A_m$  (наборы множеств, отличающиеся нумерацией, считаются различными)?

**Задача 5.** Азбука Морзе кодирует цифры и русские буквы последовательностями сигналов двух типов (точка и тире), при этом самые длинные последовательности состоят из пяти сигналов. Можно ли обойтись более короткими последовательностями?

**Задача 6.** Сколько существует различных игральных кубиков? (На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6.)

**Задача 7.** Сколько существует семизначных телефонных номеров (последовательностей цифр от 0 до 9), в которых:

- (a) не встречаются цифры 0 и 9;
- (b) две одинаковые цифры не идут подряд;
- (c) есть хотя бы две одинаковые цифры?

**Задача 8.** На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник  $n \times k$  клеток. Найдите число  $(n + k)$ -звенных путей, идущих из левой нижней вершины  $A$  в противоположную вершину  $B$  по сторонам клеток (можно двигаться только вправо или вверх).

**Задача 9.** Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых:

- (a) ровно четыре нуля;
- (b) по крайней мере четыре нуля;
- (c) по крайней мере два нуля и две девятки;
- (d) каждая следующая цифра меньше предыдущей;
- (e) каждая следующая цифра не больше предыдущей?

**Задача 10.** (\*) Каких телефонных номеров больше: тех, в которых за единицей идет двойка, или тех, в которых не встречаются две единицы подряд?