

Факультет компьютерных наук, 2018/19 уч. год

Дифференциальные уравнения (<http://math-info.hse.ru/s18/t>)

Семинар 11. Линейные системы (02.04)

И. В. Щуров, А. А. Айзенберг, И. С. Шилин, М. И. Ронжина

Задача 1. Для следующих систем найти решение задачи Коши $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$, построить фазовый портрет и определить тип особой точки $(0, 0)$.

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = -4x - 3y \\ \dot{y} = 6x + 5y \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 21y \\ \dot{y} = 2x - 6y \end{cases} \quad (c) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 9y \\ \dot{y} = 6x - 8y \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x} = -4x - 3y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$$

Задача 2. Рассмотрим систему

$$\dot{x} = 2x + y, \quad \dot{y} = 2y.$$

- (a) Решить уравнение на y .
- (b) Подставить полученное решение в уравнение на x . Решить получающееся уравнение на x .
- (c) Записать решение задачи Коши с начальным условием $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$ в виде

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = M(t) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix},$$

где $M(t)$ — некоторая матрица.

Задача 3. Записать решение задачи Коши с начальным условием $(x(0), y(0), z(0)) = (x_0, y_0, z_0)$ для системы

$$\dot{x} = x, \quad \dot{y} = -2y, \quad \dot{z} = 3z$$

в виде

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = M(t) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix},$$

где $M(t)$ — некоторая матрица. Нарисовать фазовый портрет.

Список литературы

- [1] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальных уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.