

Дискретная математика

2017/2018 учебный год

(А. В. Михайлович)

Задания к семинару №3

(срок выполнения – 19 мая 2018 года.)

Задача 1. В зале находится 100 человек, каждый из которых знаком по крайней мере с 67 из остальных присутствующих. Доказать, что найдутся 4 человека, из которых любые два знакомы друг с другом.

Задача 2. Ваня, Петя и Оля решили 10 задач из домашнего задания. Петя из этих задач решил 7, Оля — 8 задач, а Ваня — 9 задач. Назовём задачу лёгкой, если её решили все трое. Сколько лёгких задач было среди 10 решённых.

Задача 3. Сколько положительных целых чисел, не превосходящих 1000, делится

1. хотя бы на одно из чисел 2, 3, 6, 7;

2. ровно на одно из чисел 2, 3, 6, 7;

3. хотя бы на два из чисел 2, 3, 6, 7.

Задача 4 Сколько положительных целых чисел, не превосходящих 1000, не делится ни на 6, ни на 10, ни на 15?

Задача 5 Сколько существует способов разместить 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, так, чтобы первая цифра была больше 1, а последняя — меньше 7.

Задача 6. В корзине находится 10 красных, 10 желтых и 5 синих шаров. Шары одного цвета одинаковые. Сколькими способами можно выбрать из них 7 шаров?

Задача 7. Мэри мечтает выйти замуж за умного, красивого и богатого мужчину. Каждый из 20 ее поклонников обладает хотя бы одним из этих свойств. Среди них 11 богатых, 10 умных, 9 краисвых; 3 умных и богатых, 4 красивых и умных, 4 богатых и красивых. Есть ли среди поклонников Мэри мужчина ее мечты?

Задача 8. В прямоугольнике площади 1 расположено 5 фигур, площади $1/2$ каждая.

1. Докажите, что найдутся две фигуры, площадь общей части которых не меньше $3/20$.

2. Докажите, что найдутся две фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/5$.

3. Докажите, что найдутся три фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/20$.