ОП «Политология», 2017-18
Математика и статистика, часть 2
Семинар 4. Дополнительные задачи. (14.02.2018 или 16.02.2018)
А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

Задача 1. В прошлый раз мы разобрали, что функция распределения в точке x определяется следующим образом: $F(x) = P(X \leq x)$. Запишите ряд распределения какой-нибудь случайной величины и постройте график ее функции распределения. Что изменилось бы в этом графике, если бы мы определили функцию распределения как $F(x) = P(X < x)$?

Задача 2. X и Y – две бинарные случайные величины с параметрами $p_1 = 0.6$ и $p_2 = 0.5$ соответственно. Известно, что $Cov(X, Y) = -0.1$. Запишите таблицу совместного распределения X и Y.

Задача 3. Для двух (и более) случайных величин (необязательно дискретных) можно записать ковариационную матрицу, которая будет отражать связь между случайными величинами. Ковариационная матрица для двух случайных величин X и Y выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} Cov(X, X) & Cov(X, Y) \\ Cov(Y, X) & Cov(Y, Y) \end{pmatrix}$$

Пользуясь знаниями о ковариации и корреляции с лекции,

(a) Запишите (в общем виде), как будет выглядеть ковариационная матрица для двух независимых случайных величин.
(b) Объясните, как, зная все элементы ковариационной матрицы, найти стандартное отклонение $sd(X)$.
(c) Запишите (в общем виде), как будет выглядеть корреляционная матрица для двух независимых случайных величин.
(d) Вспомните формулу для корреляции двух случайных величин. Представьте, что вам нужно придумать задачу на расчет корреляции двух случайных величин: придумать значения их дисперсий и ковариации. Любые ли значения подойдут? Сформулируйте возможные ограничения.
(e) Подумайте об ограничениях, сформулированных в предыдущем пункте. Как эти ограничения будут выглядеть применительно к ковариационной матрице для двух случайных величин?