

**Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2017/18 уч. год**  
**Дифференциальные уравнения** (<http://math-info.hse.ru/s17/h>)  
**Семинар 12. Линейные системы (26.04.2018)**

*И. В. Щуров, Н. А. Солодовников*

**Задача 1.** Для следующих систем найти решение задачи Коши  $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$ , построить фазовый портрет и определить тип особой точки  $(0, 0)$ .

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = -4x - 3y \\ \dot{y} = 6x + 5y \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 21y \\ \dot{y} = 2x - 6y \end{cases} \quad (c) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 9y \\ \dot{y} = 6x - 8y \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x} = -4x - 3y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$$

**Задача 2.** Рассмотрим систему

$$\dot{x} = 2x + y, \quad \dot{y} = 2y.$$

- (a) Решить уравнение на  $y$ .
- (b) Подставить полученное решение в уравнение на  $x$ . Решить получающееся уравнение на  $x$ .
- (c) Записать решение задачи Коши с начальным условием  $(x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$  в виде

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = M(t) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix},$$

где  $M(t)$  — некоторая матрица.

**Задача 3.** Записать решение задачи Коши с начальным условием  $(x(0), y(0), z(0)) = (x_0, y_0, z_0)$  для системы

$$\dot{x} = x, \quad \dot{y} = -2y, \quad \dot{z} = 3z$$

в виде

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = M(t) \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix},$$

где  $M(t)$  — некоторая матрица. Нарисовать фазовый портрет.