

**Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2016/17 уч. год**  
**Дифференциальные уравнения** (<http://math-info.hse.ru/s16/f>)  
**Семинар 11. Линейные уравнения (14.04.2016)**

*И. В. Щуров, Н. А. Солодовников*

**Задача 1.** Решите следующие уравнения:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \quad y = x(y' - x \cos x); & \text{(c)} \quad 2x(x^2 + y)dx = dy; & \text{(e)} \quad (2e^y - x)y' = 1; \\ \text{(b)} \quad xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}; & \text{(d)} \quad (x + y^2)dy = ydx; & \text{(f)} \quad y' = \frac{y}{3x - y^2}. \end{array}$$

**Задача 2.** Пусть  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  — два каких-то различных решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка. Выразить через них решение того же уравнения с начальным условием  $x(t_0) = x_0$  для произвольных  $t_0, x_0$ .

**Задача 3.** Пусть  $x = \varphi(t; x_0)$  — решение уравнения с начальным условием  $x(0) = x_0$ . Найти  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_0}$  при  $x_0 = 0$ . Как ведут себя интегральные кривые, близкие к  $x \equiv 0$ , когда начальное условие немного отклоняется от 0, при  $t \rightarrow +\infty$ ?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad \dot{x} = 2x; & \text{(f)} \quad \dot{x} = t \sin x; \\ \text{(b)} \quad \dot{x} = \sin x; & \text{(g)} \quad \dot{x} = \sin x \sin t; \\ \text{(c)} \quad \dot{x} = xt; & \text{(h)} \quad \dot{x} = (x + x^2)t; \\ \text{(d)} \quad \dot{x} = -xt; & \text{(i)} \quad \dot{x} = x \sin(x + t); \\ \text{(e)} \quad \dot{x} = x \sin t; & \text{(j)} \quad \dot{x} = x^2(t + x). \end{array}$$

**Задача 4.** Найти все решения уравнения, представляющиеся в виде  $x(t) = Ce^{\lambda t}$ . Найти все решения уравнения.

$$\begin{array}{l} \text{(a)} \quad \ddot{x} - 4x = 0; \\ \text{(b)} \quad \ddot{x} - 5\dot{x} + 6x = 0; \\ \text{(c)} \quad \ddot{x} + 4x = 0; \end{array}$$