

**Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2016/17 уч. год**  
**Дифференциальные уравнения** (<http://math-info.hse.ru/s16/f>)  
**Семинар 10. Повторение — мать учения (07.04.2017)**

*И. В. Щуров, Н. А. Солодовников*

**Задача 1.** Решите следующие уравнения:

(a)  $y' - y = 2x - 3$ ;                      (b)  $y' = \cos(y - x)$ ;                      (c)  $y' = \operatorname{tg}(y - 2x)$ ;

**Задача 2.** Решите следующие уравнения:

(a)  $(x + 2y)dx - xdy = 0$ ;                      (c)  $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$ ;  
(b)  $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$ ;                      (d)  $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$ ;

**Задача 3.** Найти уравнения фазовых кривых.

(a)  $\dot{x} = x^2, \quad \dot{y} = y(x + y)$ ;  
(b)  $\dot{x} = y^2 + 2y + 1, \quad \dot{y} = x^2 - 1$ ;  
(c)  $\dot{x} = 2y \cos^2 x, \quad \dot{y} = 1 + y^2 \sin 2x$ ;  
(d)  $\dot{x} = -y + 2x, \quad \dot{y} = x + 2y$ ;

**Задача 4.** Найти два независимых первых интеграла вблизи точки  $(1, 1, 0)$  для следующих систем:

(a)  $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 0$ ;  
(b)  $\dot{x} = z, \quad \dot{y} = y, \quad \dot{z} = -x$ ;

**Задача 5.** Найти уравнения фазовых кривых и построить фазовые портреты. Найти все начальные условия, для которых соответствующие решения остаются ограниченными при  $t \rightarrow +\infty$ .

(a)  $\dot{x} = x(x + y), \quad \dot{y} = -y(x + y)$ ;  
(b)  $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = 4x^3 - 2x$ ;  
(c)  $\dot{x} = x, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = -y$ .

## Список литературы

- [1] Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. — 368 с.
- [2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.