

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2016/17 уч. год
Дифференциальные уравнения (<http://math-info.hse.ru/s16/f>)
Семинар 10. Повторение — мать учения (07.04.2017)

И. В. Щуров, Н. А. Солодовников

Задача 1. Решите следующие уравнения:

(a) $y' - y = 2x - 3$; (b) $y' = \cos(y - x)$; (c) $y' = \operatorname{tg}(y - 2x)$;

Задача 2. Решите следующие уравнения:

(a) $(x + 2y)dx - xdy = 0$; (c) $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$;
(b) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; (d) $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$;

Задача 3. Найти уравнения фазовых кривых.

(a) $\dot{x} = x^2, \quad \dot{y} = y(x + y)$;
(b) $\dot{x} = y^2 + 2y + 1, \quad \dot{y} = x^2 - 1$;
(c) $\dot{x} = 2y \cos^2 x, \quad \dot{y} = 1 + y^2 \sin 2x$;
(d) $\dot{x} = -y + 2x, \quad \dot{y} = x + 2y$;

Задача 4. Найти два независимых первых интеграла вблизи точки $(1, 1, 0)$ для следующих систем:

(a) $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 0$;
(b) $\dot{x} = z, \quad \dot{y} = y, \quad \dot{z} = -x$;

Задача 5. Найти уравнения фазовых кривых и построить фазовые портреты. Найти все начальные условия, для которых соответствующие решения остаются ограниченными при $t \rightarrow +\infty$.

(a) $\dot{x} = x(x + y), \quad \dot{y} = -y(x + y)$;
(b) $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = 4x^3 - 2x$;
(c) $\dot{x} = x, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = -y$.

Список литературы

- [1] Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. — 368 с.
- [2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.