

НИУ Высшая школа экономики
Факультет социологии

Дискретная математика
2015/2016 учебный год
(*А. В. Михайлович, Д. А. Дагаев*)

Задания к семинару №8
(срок выполнения — 4 июня 2016 года)

Задача 1. Рассмотрим граф G Московского метрополитена, где вершины — это станции (одна вершина включает в себя саму станцию и те станции, до которых можно добраться не выходя из метро и не используя поезда метро), а рёбра — перегоны между станциями.

1. Найти центр графа и периферийные точки.
2. Найти диаметр графа и радиус графа.
3. Существуют ли в графе мосты и точки сочленения?
4. Преобразуем граф G следующим образом: будем удалять все висячие вершины и инцидентные им рёбра столько раз, сколько это возможно (таким образом, на первом шаге могут быть удалены станции Планерная, Речной вокзал, Алтуфьево и т.д., а в конце этих операций северная часть Замоскворецкой линии уберётся до Белорусской). Как теперь можно ответить на первые три вопроса? Полученный граф обозначим G_1 .
5. Преобразуем граф G_1 следующим образом: вершину степени 2 и инцидентные ей рёбра заменим на одно ребро (пока такие вершины есть). Таким образом, например, уберутся все станции без пересадок, но не только они. Как теперь можно ответить на первые три вопроса? Полученный граф обозначим G_2 .
6. Из графа G_2 удалим все петли и кратные рёбра. Как теперь можно ответить на первые три вопроса?

Задача 2. Построить Вконтакте "Интерактивный граф друзей" (для обсуждения задачи лучше сохранить изображение графа).

1. Сколько компонент связности, содержащих более одной вершины, в этом графе?
2. Рассмотрим компоненту связности (без главного героя, он(а) уехал(а) на прекрасный необитаемый остров без интернета), содержащую максимальное число вершин/друзей. Пусть каждый пользователь раз в день смотрит свою ленту и делает репост интересной новости (будем считать, что если человек запостил новость, то те, кто прочитали новость от него, делают репост на следующий день). За какое минимальное и максимальное число дней новость узнают все друзья из этой группы?

3. В графе явно видны отдельные группы. По какому принципу они строятся? Как можно это формализовать?

Задача 3. Рассмотрим произвольное дерево.

1. Существуют ли в дереве мосты и точки сочленения?
2. Сколько центров может быть в дереве? Как это связано с диаметром?
3. Какое соотношение диаметра и радиуса в дереве?

Задача 4 Пусть r — радиус произвольного односвязного графа, а d — его диаметр. Какие значения может принимать число d/r ?

Задача 5 Рассмотрим граф $G = (V, E)$, где $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3, v_6), (v_3, v_7), (v_4, v_5), (v_5, v_6), (v_5, v_7), (v_6, v_7)\}$. Найти следующие параметры.

1. Удалченность для каждой вершины.
2. Центры.
3. Периферийные точки.
4. Радиус.
5. Диаметр.
6. Число связности.